

中空スラブのせん断による応力集中について

田村 幸雄* 松井 源吾**
榎田 寛治***

Stress Concentration in Void Slab Subjected by Shear Force

Yukio TAMURA, Gengo MATSUI
and Hiroshi ENOKIDA

For the two way void slab, the stress concentration due to the shear force which subjects perpendicularly to the axis of the circular voids has a great significance. In this paper, the variation of stress concentration depending on the pitch ratio of the voids, p/D , and the diameter ratio of the voids, ϕ/D , is investigated by means of photoelastic experiments.

The following results are obtained. Either the normal stress and the shearing stress increases with the increase of the diameter ratio ϕ/D . However, the pitch ratio p/D does not affect the normal stress around the circular void. In the part of the slab between voids the shearing stress and the normal stress increase with the decrease of pitch ratio p/D . For the case of $\phi/D=0.7$ which is the most generally used value for the void slab in practice, the maximum normal stress around the circular void becomes the value of 16 times the mean shearing stress. The structural designer should be noticed this high stress concentration, and the maximum normal stress around the circular void must be smaller than the allowable tensile stress of concrete.

1. はじめに

建築物の軽量化は世界的な風潮であり、建築構造の歴史の歩む道でもある。我国のような地震国での高層化は、建築物の軽さが一つの大きな要素となる。建築物全体を軽量化する上で最も有効であるのはスラブと壁を軽くすることである。

スラブの破壊は曲げによる引張側の鉄筋によって起り、圧縮側のコンクリートに余裕のある場合が多いので、曲げによる軸方向応力の小さい中層

部に空けきを作って断面積を縮小し、軽くして断面の効率を高めることができる。中空スラブの発想である。

1方向へのみ中空管が配置された1方向中空スラブは孔方向へのみ荷重が伝達されるものとして解析され、I型梁が並んだものと考えれば良い。ところが、最近見られる様になった2方向中空スラブでは、孔と直交方向への荷重伝達も考慮する必要がある(図1)。この場合は孔のあいた梁と同様であって、孔のため応力集中が起きる。曲げに対しては、主筋を増せば良いが、せん断に対しては補強が困難であるから、孔周の垂直応力度がコンクリートの引張り許容応力度以下となる様に

* 本学建築学科講師
** 早稲田大学理工学部教授
*** 国士館大学工学部助手
昭和 59 年 10 月 1 日受理

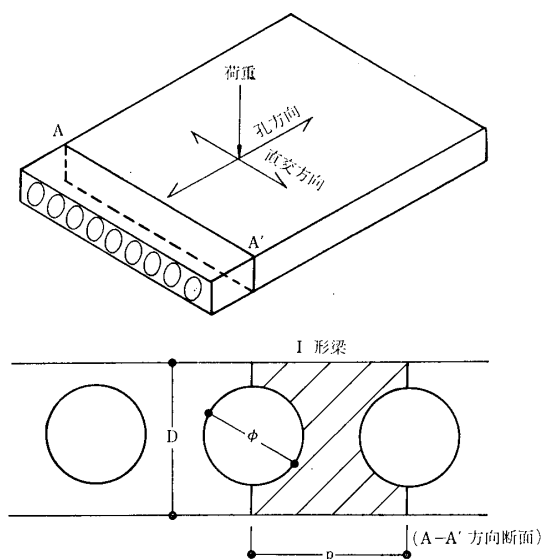


図 1 中空スラブとその断面形状

しなければならない。

本研究は、管ピッチ p や孔径 ϕ を変化させた場合に、この応力集中がどの様になるかを光弾性実験によって明らかにしたものである。

2. 光弾性実験の概要

2.1 試験体および荷重方法

中空スラブの孔に直交する方向の断面（図 1 の A-A' 断面）をとり出し、上下に自由境界を有する孔あき板としてモデル化する。

表 1 試験体の諸元

試験体名	D (mm)	p (mm)	φ (mm)	p/D	φ/D	孔数
A	40	40	22	1.0	0.55	3
B	40	60	22	1.5	0.55	3
C	40	40	28	1.0	0.7	3
D	40	60	28	1.5	0.7	3
E	40	36	28	0.9	0.7	3
F	40	44	28	1.1	0.7	3
G	40	52	28	1.3	0.7	3
H	40	40	22	1.0	0.55	4
I	30	45	16.5	1.5	0.55	4
J	40	40	28	1.0	0.7	4
K	30	45	21	1.5	0.7	4
L	40	36	28	0.9	0.7	4
M	40	44	28	1.1	0.7	4
N	40	52	28	1.3	0.7	4

スラブ厚 $D=40$ cm, 管ピッチ $p=40$ cm, 孔径 $\phi=28$ cm が通常用いられる中空スラブの標準寸法であり、その 1/10 縮尺模型に相当する試験体（試験体 C, 表 1）を基準として、管ピッチ p , 孔径 ϕ およびスラブ厚 D をその前後で変化させた模型 14 体を作成した。表 1 に各試験体の諸元

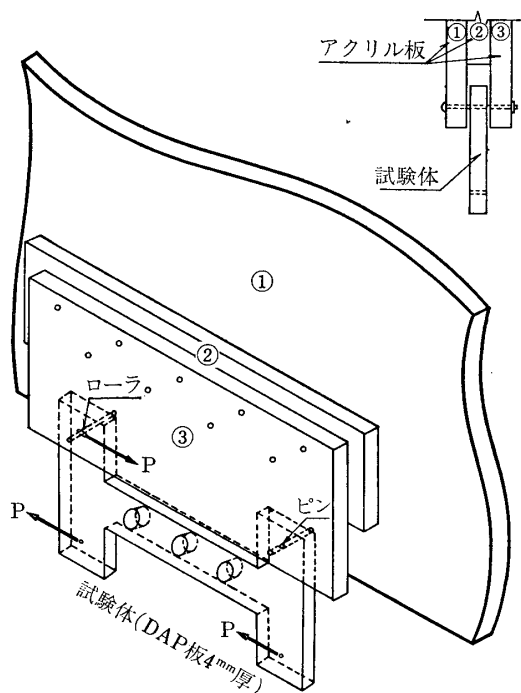


図 2 試験体とその設置方法

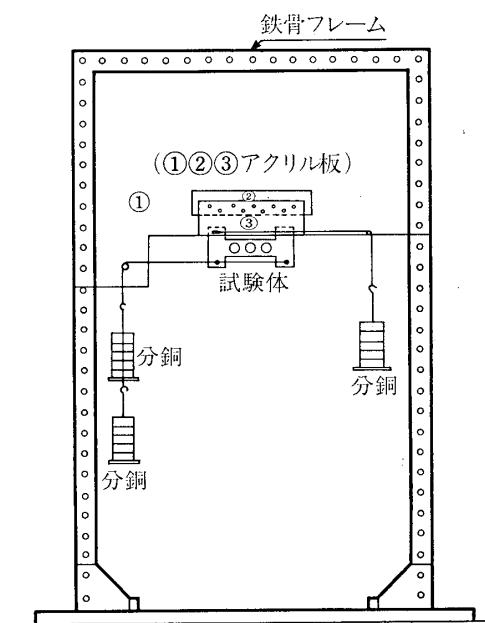


図 3 荷重方法

を示す．ここで，3 円孔と 4 円孔の試験体が各 7 体ずつあるのは，円孔部分および円孔と円孔の間部分のそれぞれにおいて，せん断力のみ働いている状態（曲げモーメントが 0）での応力分布を知るためである．

試験体は厚さ 4 mm の DAP 板で製作した．形状は H 型をしており，ウェブ部分が供試体で両側のフランジ部分は荷重のためのものである．これを厚さ 7 mm の透明なアクリル板ではさみ（図 2），フランジ部分の上下に設けたピンとローラー支点から図 3 の荷重装置により荷重した．この場合，孔の並びの方向へせん断力は一定で，曲げは直線変化（中央部で 0）となる．

2.2 応力の測定

自由境界の孔周では，せん断力は 0 であり，主応力 σ_1 , σ_2 の一方は 0 であるから，等色線からただちに孔周に沿った方向の垂直応力が得られる．

板の内部における応力は，等色線のほかに等傾線が必要となる．等傾線により主応力方向が分り，平面応力問題における平衡方程式を補助として，図式積分により両主応力 σ_1, σ_2 を分離する．これが分れば，主面と θ の角をなす任意面の垂直応力度 σ とせん断応力度 τ は

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta$$

により求まる．

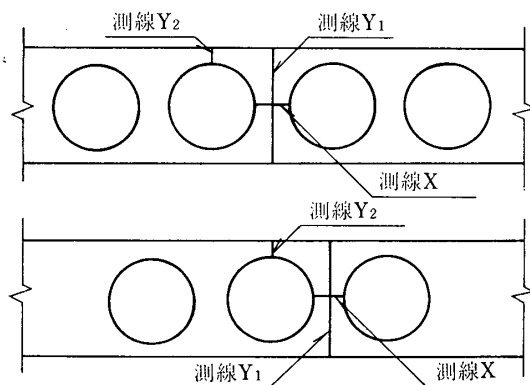


図 4 測線の位置

応力の算定は，孔周上のほかに，孔と孔の間部の測線 X, Y₁ および孔の上部の測線 Y₂ において行った．測線 X, Y₁, Y₂ の位置を図 4 に示す．

なお，実験に先だって各試験体の光弾性感度のキャリブレーションを，各試験体と同一の DAP 板から切り出した梁模型を用いた純曲げ試験（写真 1）によって行った．

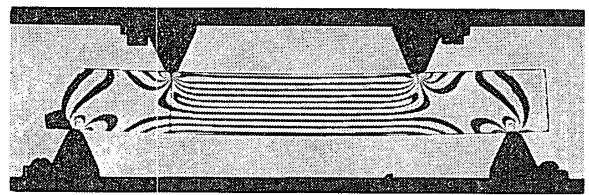


写真 1 光弾性感度試験の例（等色線，明視野）

3. 実験結果の考察

3.1 光弾性写真

実験で得られた等色線写真の例を試験体 B, C について写真 2 (a)(b) に示した．等色線写真の縞は主応力差（または最大せん断応力）に比例する．孔の存在によって応力の集中が起きていること，および孔径が大きく管ピッチの小さい試験体 Cの方が応力の集中が激しいことが分るであろう．

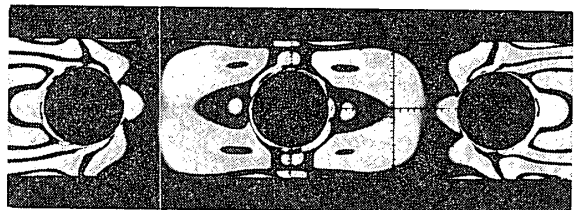


写真 2 (a) 等色線写真（試験体 B，暗視野）

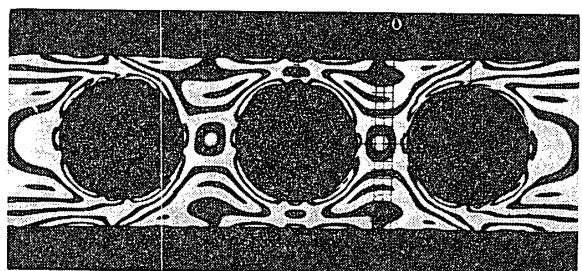


写真 2 (b) 等色線写真（試験体 C，暗視野）

3.2 応力度分布

(i) 孔周での応力度分布

実験から得られた孔周における垂直応力度 σ の分布の一例を試験体 C の場合について図 5 に示す。最大垂直応力度 σ_{\max} は、中立軸から 59° のところに生じており、他の 3 円孔試験体（試験体 A～G）においても全て 45° 以上のところに σ_{\max} を生ずる。さらに詳しく言えば、孔径 ϕ の小さい試験体 A, B では 47° 付近に、それ以外は試験体 C と同程度のところに生じた。ところで、1 円孔無限板に純せん断をかけた場合は、最大垂直応力度 $\sigma_{0\max}$ が 45° の位置に生じ、その値は平均せん断応力度 τ_0 の 4 倍となることが知られている。そこで、各試験体の孔周での最大垂直応力度 σ_{\max} の 1 円孔無限板の最大垂直応力度 $\sigma_{0\max}$ に対する比、 $\sigma_{\max}/\sigma_{0\max}$ を応力集中増加率と呼ぶことにする。

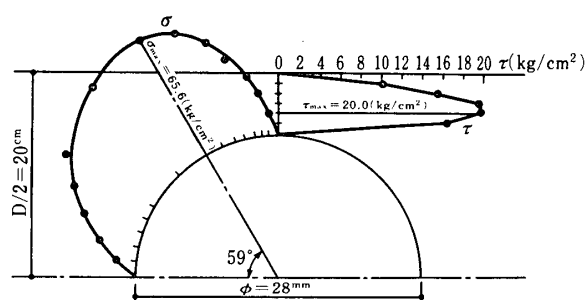


図 5 孔周の垂直応力度および孔の上部のせん断応力度（試験体 C）

図 6 (a) は、応力集中増加率の孔径比 ϕ/D による変化を表わしている。孔径比 ϕ/D が増加すると応力集中増加率も急激に増加し、孔周での応力集中の度合いが大きくなることが分る。

図 6 (b) は孔径比 $\phi/D=0.7$ の場合の応力集中増加率が管ピッチ比 p/D によってどう変化するかを表わしたものである。これによれば、応力集中増加率は全て 4 前後をばらついており、孔周の応力集中には管ピッチ比 p/D の影響は小さいことが分る。この理由は次の様に推定される。前述の最大垂直応力度を生ずる位置が孔径 ϕ によって影響され、 $\phi/D=0.55$ より $\phi/D=0.7$ の方が

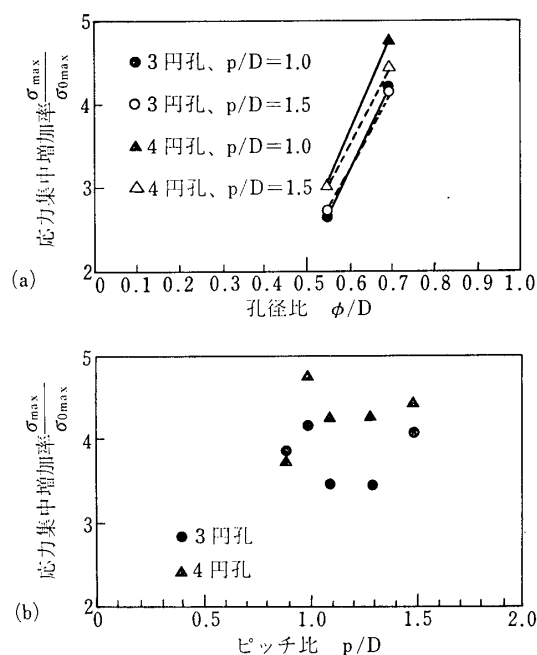


図 6 孔周の垂直応力度の応力集中増加率

その発生位置は上下端に寄っている。このことから、 $\phi/D=0.7$ の場合は上下の直線縁の影響が大きく、 $p/D=0.9\sim 1.5$ の範囲内では管ピッチ比 p/D の影響があまり大きく出なかったものと考えられる。孔径比 ϕ/D および管ピッチ比 p/D がともに小さい場合を想定すると、管ピッチ比の影響がより強く現われる可能性もあるが、本実験で行なった様な一般の中空スラブで通常用いられる値の範囲では、管ピッチ比の影響は小さいと言って良いであろう。

ちなみに、応力集中増加率が 4 ということは、孔周での最大垂直応力度が平均せん断応力度の 16 倍ということであり、かなり大きな応力集中を生じていると言える。また、図 6(a)(b) から分る様に 4 円孔の方が 3 円孔の場合よりも応力集中増加率が大きく出ているが、これは曲げの影響であると判断される。

(ii) 孔と孔の間部部の測線 Y_1 上の応力度分布

測線 Y_1 上でのせん断応力度の分布の例を図 7 (a)(b) に示した。(a) は試験体 B に対するものであり、(b) は試験体 C に対するものである。試

験体 B は、孔径 ϕ が小さく、管ピッチ p が大きいものであるが、この場合は無円孔の梁のせん断応力度分布に近い。一方、中空スラブの標準タイプである試験体 C の場合は、中立軸付近での応力集中が大きくかつ上下にせん断応力度の符号が逆転する部分が見られる。この符号の逆転部分の存在

は、必然的に中立軸での最大せん断応力度の増加をもたらす。ところで、長方形断面を持つ無円孔梁では、せん断応力度の分布は放物線となり、中立軸位置に生じる最大せん断応力度 $\tau_{0\max}$ は平均せん断応力度 τ_0 の 1.5 倍となる。各試験体の最大せん断応力度 τ_{\max} の $\tau_{0\max}$ に対する比、 $\tau_{\max}/\tau_{0\max}$ を応力集中増加率とし、図 8 (a)(b) に示した。

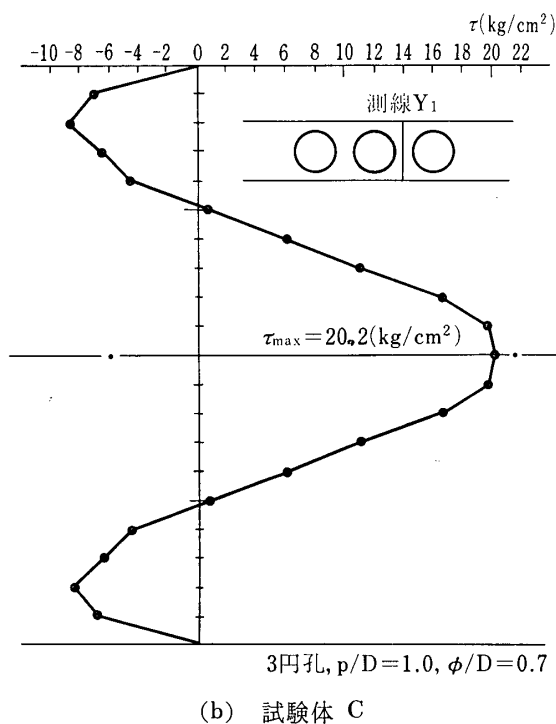
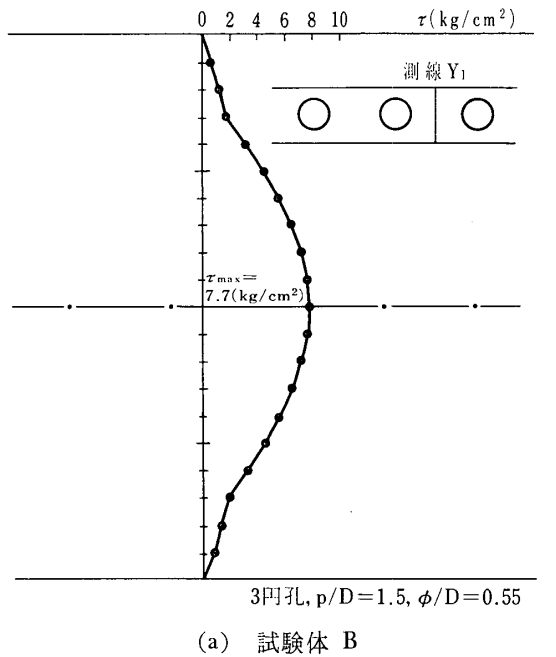


図 7 測線 Y₁ におけるせん断応力度

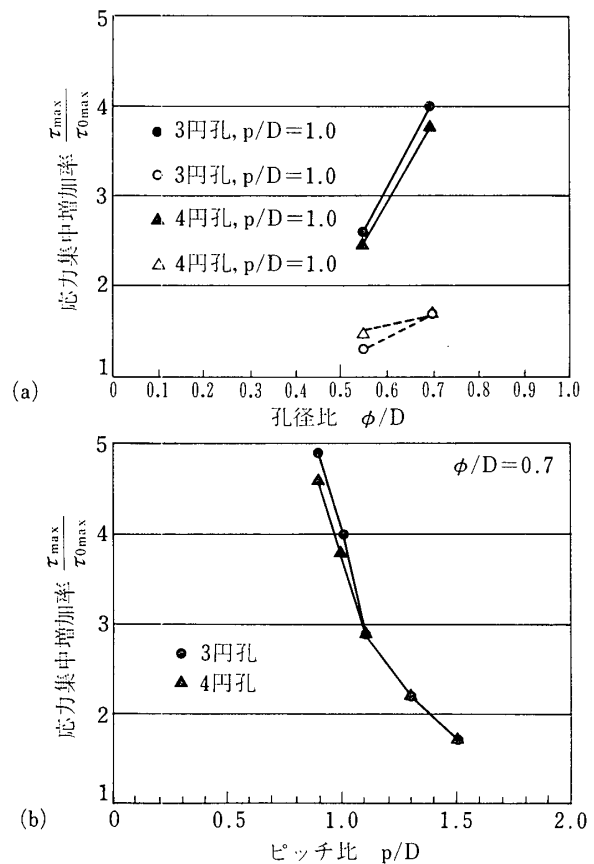


図 8 測線 Y₁ 上のせん断応力度の応力集中増加率

図 8 (a) は孔径比 ϕ/D による応力集中増加率の変化を示したもので、孔径比 ϕ/D の増加によって応力集中増加率も大きくなることが分る。

図 8 (b) は管ピッチ比 p/D による応力集中増加率の変化であり、管ピッチ比 p/D が増加するに従って応力集中増加率は減少し、除々に 1 に近づいていく様子が分る。 p/D が 0.9 の場合は応力集中増加率が約 5 であり、平均せん断応力度の 7.5 倍の応力集中があることになる。

測線 Y₁ 上での垂直応力度の分布の例を図 9 に

示した。無円孔の梁の場合は 3 角形分布となるが、孔の存在によって応力がかかなり乱されていることが分る。また、中立軸付近には符号の逆転部分が見られ、せん断応力度の分布（図 7 (b)）の場合と同様に、上下端での最大垂直応力度の増加をもたらしている。管ピッチ比 p/D の変化によって垂直応力度の分布形状が変化していく様子を図 10 に模式的に表わした。

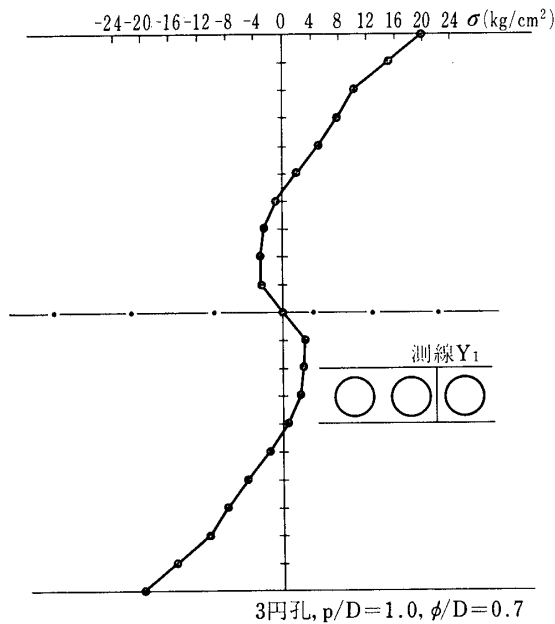


図 9 測線 Y_1 における垂直応力度（試験体 C）

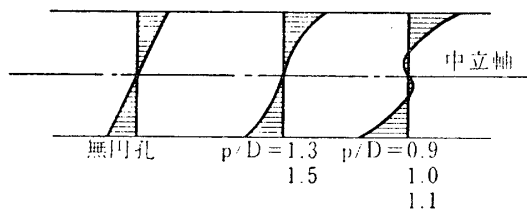


図 10 管ピッチ比 p/D の変化による測線 Y_1 上の垂直応力度の分布形状の変化

無円孔の梁の最大垂直応力度 $\sigma_{0\max}$ に対する各試験体の最大垂直応力度 σ_{\max} の比、 $\sigma_{\max}/\sigma_{0\max}$ を応力集中増加率として、図 11 (a)(b) に示した。

図 11 (a) は孔径比 ϕ/D による応力集中増加率の変化であり、孔径比の増加とともに応力集中増加率も大きくなることが分る。ここで、管ピッチ比 p/D が大きい方がその変化は大きく現われ、

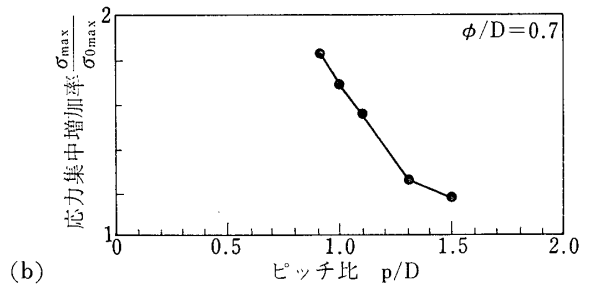
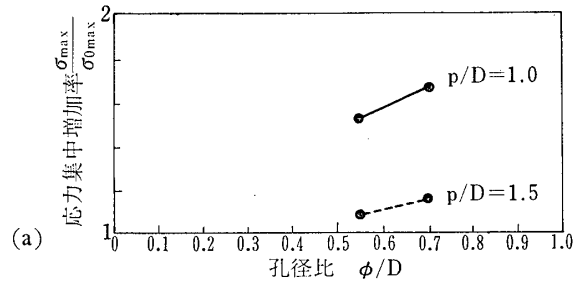


図 11 測線 Y_1 上の垂直応力度の応力集中増加率

図 8 (b) のせん断応力度の場合にも同様の傾向が見られる。

図 11 (b) は管ピッチ比 p/D による応力集中増加率の変化であり、管ピッチ比が増加すると応力集中増加率は減少し 1 に近づいていく様子が分る。これも図 8 (a) のせん断応力度の場合と同様である。

(iii) 孔の上部の測線 Y_2 上の応力度分布

測線 Y_2 上のせん断応力度の分布の一例が図 5 に示してある。全ての試験体において、これとはほぼ同様の分布となった。

孔径比 ϕ/D と管ピッチ比 p/D の影響は次のとおりであった。つまり、管ピッチ比 p/D の影響は殆どなく、孔径比 ϕ/D の影響のみが現われた。このことは孔周の垂直応力度の場合と同様の結果であり、理由についてもほぼ同様に推定できる。

ちなみに、 $\phi/D=0.55$ と 0.7 では $\phi/D=0.7$ の場合の方が応力集中率は約 1.5 倍大きくなった。

(iv) 孔と孔の中間部の測線 X 上の応力度分布

測線 X におけるせん断応力度の分布の例を図 12 (a)(b)(c) に示した。(a)(b) の応力度分布に偏りがあるのは、この間で曲げが対称でない為で

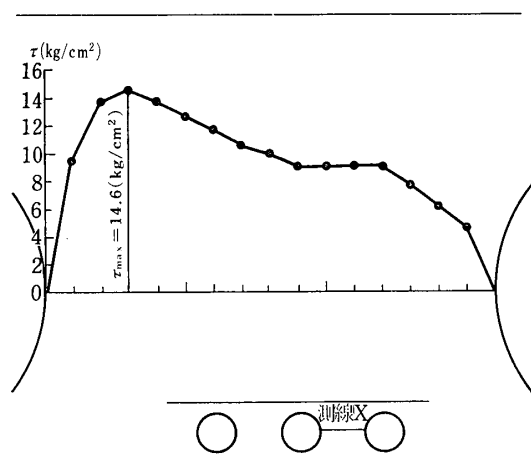


図 12 (a) 測線 X 上のせん断応力度 (試験体 D)

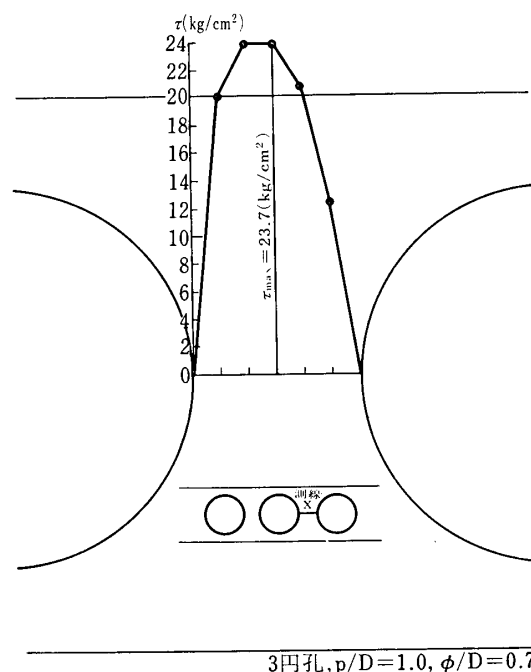


図 12 (b) 測線 X 上のせん断応力度 (試験体 C)

ある。

孔径比 ϕ/D によるせん断応力度の変化は次のとおりである。全ての試験体を通して、孔径比 ϕ/D が大きくなると最大せん断応力度 τ_{max} は大きくなる。

管ピッチ比 p/D による変化は次のとおりである。管ピッチ比が小さくなると最大せん断応力度

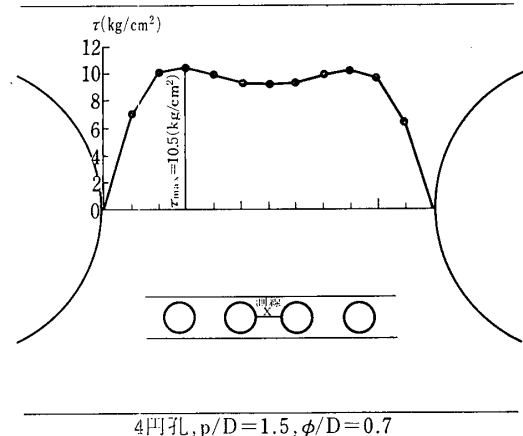


図 12 (c) 測線 X 上のせん断応力度 (試験体 K)

τ_{max} は大きくなるが、その変化の度合いは4円孔の方が3円孔の場合よりも大きい。 $p/D=0.9$ と1.5を比較したとき、最大せん断応力度 τ_{max} の値は $p/D=0.9$ の方が大きく、3円孔の場合で $p/D=1.5$ の場合の約2倍、4円孔の場合で約2.7倍となる。せん断応力度の分布形状は、管ピッチ比 p/D が小さい場合は図12(b)の様に中央付近にピークを持つ放物線分布に近いものとなるが、管ピッチ比が大きい場合は図12(a)(c)の様に中央付近がへこんで、最大せん断応力度は円孔寄りにずれて発生する。

6. ま と め

通常用いられる中空スラブは $p/D=1.0$, $\phi/D=0.7$ のものが多い。本研究は、管ピッチ p や孔径 ϕ を種々変化させてスラブ内に生ずる応力を検討したものである。以下のことが分った。

管ピッチ比 p/D が小さくなると、孔と孔の間部におけるせん断応力度および垂直応力度は大きくなる。しかし、孔周の垂直応力度と孔の上部のせん断応力度は管ピッチ比の影響を殆ど受けない。

孔径比 ϕ/D が大きくなると、せん断応力度、垂直応力度ともに大きくなる。通常用いられる $\phi/D=0.7$ 程度では、孔周の垂直応力度は孔の無い場合の平均せん断応力度の16倍程度であり、かなり大きい。