

色度図の着色

犬井 正男*

Coloring chromaticity diagrams

Masao Inui*

The author attempted to color chromaticity diagrams, *xy*-diagram and *u'v'*-diagram. As it was impossible to color the all area of diagrams with true colors, the author tried to color these with appropriate colors. At first colors of sRGB were extended to outside of the gamut of sRGB. Then various revisions were added to the coloring process, and finely colored diagrams were created finally.

はじめに

色彩科学のあらゆる領域を網羅した「新編 色彩科学ハンドブック 第3版」が2011年4月に東京大学出版会から発行された¹⁾。著者は「第16章 カラー写真」の主査と一部の執筆を担当した。そのほかに、「口絵1 CIE1931XYZ表色系 (*xy* 色度図)」「口絵2 CIE1976UCS 色度図 (*u'v'* 色度図)」を提供した。これらの図は、色彩科学ハンドブック編集委員長から依頼があり、これに応じて作成した。これらの口絵をご覧になった多くの方たちから「きれいですね」と言われ、好評を博している。図を使わせてほしいとの要望もあり、提供してきた²⁾。何人かの方から、どのように作成したかを尋ねられた。これに対して「手作りです。」と答えていた。これを聞かれた方は、フォトショップなどで作成したと思われたかもしれない。実際には、プログラムを作成し試行錯誤で変更していったため、手作りに近くなったので、このように言っている。ここに、どのように手作りで作成したかを述べる。

従来の図

もちろん、通常のディスプレイやハードコピーでは *xy* 色度図上で実在する色の範囲、すなわちスペクトル軌跡と純紫軌跡で囲まれる馬蹄形内の色すべてを正確に表示できない。たとえば、ディスプレイでは原色の3点を結ぶ三角形内の色しか表示することはできない。つまり、この三角形の外側の色は、これら3原色をどのように用いても表示することはできない。しかし、色度図内がどのような色になっているかある程度知りたいため、いろいろな方法であえて着色している。このような試みは多くの人によって行われており、試しにグーグルで “chromaticity diagram” を検索すると、図1に示す多数の図が画像検索結果として表示される。これらをみると、彩度が低かったり、白色点からC(シアン)、M(マゼンタ)、Y(黄)の3方向に明るい直線があったりして、あまりきれいな図になっていない。

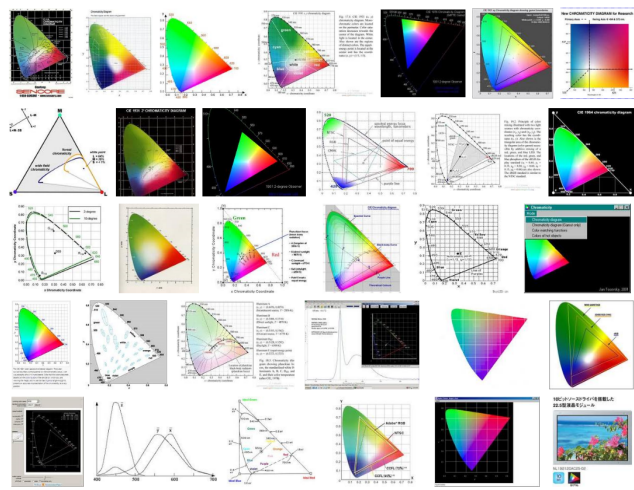


図1 グーグルで “chromaticity diagram” を検索したときの画像検索結果

sRGB 色域の着色

最初に sRGB^{3,4)} の色域の着色を試みた。まず、色度図上で座標 (*x, y*) を設定する。しかし、これだけでは3次元で表される色は決まらない。色度座標 *x, y* は、三刺激値 *X, Y, Z* から、次式によって求められる⁵⁾。

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{X+Y+Z} \\ y &= \frac{Y}{X+Y+Z} \end{aligned} \tag{1}$$

x, y を決めただけでは、*X, Y, Z* を求めることができない。*X, Y, Z* のうちのひとつの値を決める必要がある。色を特定するとき色度座標とともに用いられる三刺激値 *Y* は、視感反射率とも呼ばれ明度に関する値である。この値を別途定めることにした。三刺激値 *Y* の値として *Y* と密接な関係のある座標 *y* の値をそのまま用いた。扱いを容易にするため、この報告では $0 \leq Y \leq 1$ としている。

座標 (*x, y*) と三刺激値 *Y* から、式(1)から求めた次式より、三刺激値 *X, Z* を求める。

* 東京工芸大学 名誉教授、東京工芸大学工学部メディア画像学科 非常勤講師
2013年9月25日 受理

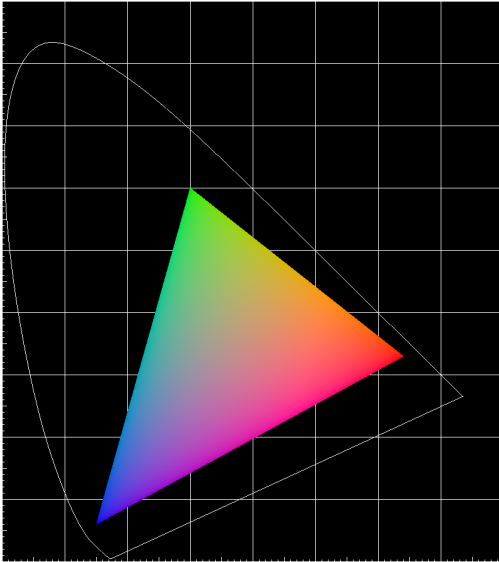


図2 sRGBの色域の着色

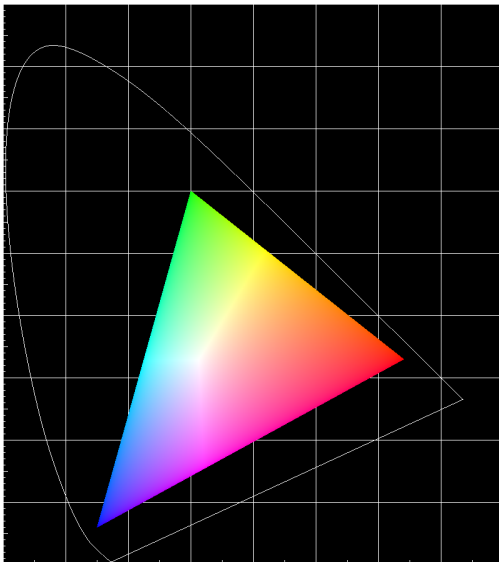


図3 白色点を白くしたsRGB色域



図4 sRGB色域外に拡張

$$X = \frac{x}{y} Y \quad (2)$$

$$Z = \frac{1-x-y}{y} Y$$

つぎに、sRGBの規定に基づき、三刺激値 X, Y, Z からデジタル値 $R_{8bit}, G_{8bit}, B_{8bit}$ に変換していく^{3,4)}。そのために、まず次式によって、三刺激値 X, Y, Z を線形な RGB (赤、緑、青) 値 R, G, B にする。

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.2406 & -1.5372 & -0.4986 \\ -0.9689 & 1.8758 & 0.0415 \\ 0.0557 & -0.2040 & 1.0570 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (3)$$

その後、次のように非線形な RGB 値 R', G', B' にし、

$R, G, B \leq 0.0031308$ の場合

$$R' = 12.92 R$$

$$G' = 12.92 G$$

$$B' = 12.92 B$$

(4)

$R, G, B > 0.0031308$ の場合

$$R' = 1.055 R^{1/2.4} - 0.055$$

$$G' = 1.055 G^{1/2.4} - 0.055$$

$$B' = 1.055 B^{1/2.4} - 0.055$$

(5)

さらに、8ビットにするため 255 をかけたのち、丸めて 8 ビットのデジタル値 $R_{8bit}, G_{8bit}, B_{8bit}$ とする。

$$R_{8bit} = \text{round}(255R')$$

$$G_{8bit} = \text{round}(255G')$$

$$B_{8bit} = \text{round}(255B')$$

(6)

ここで、*round* は四捨五入する関数である。

このようにして変換したデジタル値 $R_{8bit}, G_{8bit}, B_{8bit}$ が、ともに $[0, 255]$ 内であれば sRGB の色域内であるため、それらの値をその座標 (x, y) の RGB 値として表示する。一方 $R_{8bit}, G_{8bit}, B_{8bit}$ のひとつでも $[0, 255]$ 外であれば、その色は sRGB の色域外であるため、 $(0,0,0)$ すなわち黒として表示する。

Visual Studio 2010 の C++ を用いて、 x を 0 から 0.8 まで、 y を 0 から 0.9 まで、それぞれ 0.001 間隔でのデジタル値 $R_{8bit}, G_{8bit}, B_{8bit}$ を求めて作成したのが図 2 である。なお、図 2 には 0.1 間隔のスケールを白線で表示している。また、スペクトル軌跡と純紫軌跡も表示している。

図 2 をみると sRGB の白色点すなわちイルミネラント D_{65} の点が白くなっておらずグレイになっている。白色点を白くするように白色点の Y が 1 になるようにし、それに伴ってその周囲も明るくしたのが図 3 である。白色点が白くなったのはいいが、白色点から CMY の 3 方向に明るい線状になった部分が見える。図 1 の検索結果にこのような図が見られたのは、白色点を白にしたためであろう。また、それを避けるために白色点をグレイにすると、検索結果や図 2 のように彩度の低い色となってしまう。

sRGB 色域着色の拡張

xy 色度図上で実在する色の範囲を表す馬蹄形内を着色するために、図 2 を sRGB の色域外に拡張した。図 2 の作成中に馬蹄形内で黒くした部分すなわち色域外の色の RGB 値をクリッピングした。すなわち、0 未満の値を 0 に、255 を超える値を 255 にした。その結果を図 4 に示す。

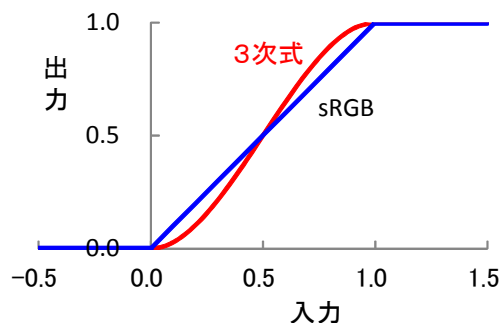


図 5 sRGB の階調と 3 次式

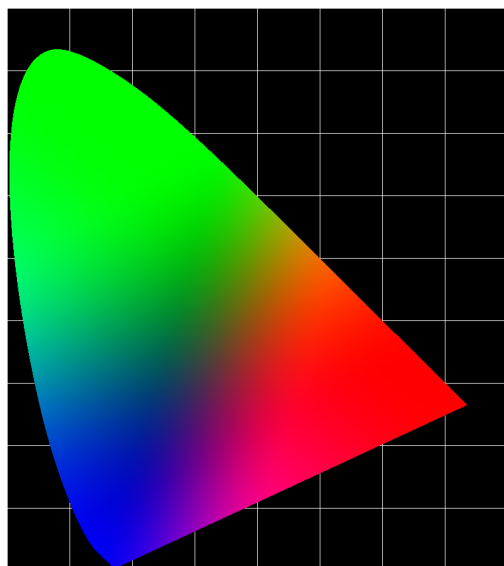


図 6 階調を非線形化

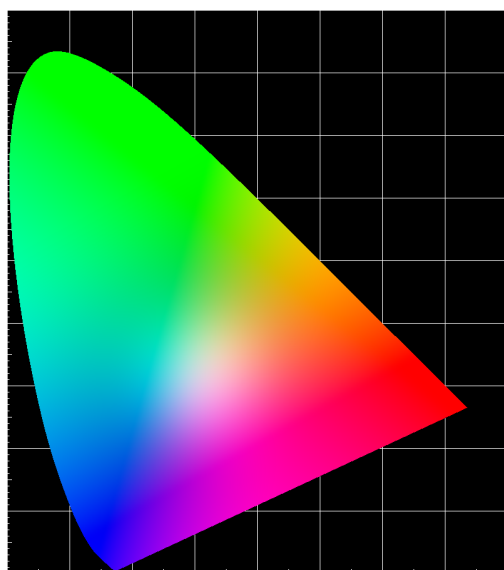


図 7 白色部を高明亮度化

非線形関数の導入

図 4 をみると、全域を着色できたのはいいが、sRGB の色域の境界の 3 辺付近で急激に色が変化している。これは、sRGB の階調が図 5 に青線で示すように直線的で、拡張してクリッピングをしたため 0 と 1 付近では滑らかな変化になっていないことに起因している。これらの付近で滑らかにするために、2 点 (0, 0) と (1, 1) を通り、これら 2 点での微分係数が 0 になるようにする必要がある。これを実現する簡単な関数として、3 次式を用いた。つまり、

$$y = x^2(3 - 2x) \quad (7)$$

であり、これを図 5 に赤線で示す。なお、式(7)における x, y は、色度座標でなく、一般的な直交座標である。この非線形な階調を用いると、色度図は図 6 のようになった。sRGB の色域を示す三角形の 3 辺の境界は見えなくなったが、中心部がだいぶ暗くなってしまった。

白色点の高明亮度化

中心部の明度を高くするために、2 次元のガウス関数を用いた。次式のように、白色点 (x_w, y_w) を中心に三刺激値 Y を少し大きくして Y' とした。

$$Y' = Y + Y_a \exp \left\{ -\frac{(x - x_w)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y - y_w)^2}{2\sigma_y^2} \right\} \quad (8)$$

ここで、 Y_a, σ_x, σ_y は定数である。 Y_a を大きくすると白色点は白くなるが、大きくしすぎると図 3 に見える明るい直線が目につくようになる。 σ_x, σ_y は、それぞれ x 方向と y 方向の広がり性を示す。これら 3 定数の値は、白色点付近が白く見え、図 3 で観察された明るい直線状のものが現れないように、試行錯誤を行って定めた。こうして作成した色度図を図 7 に示す。高彩度部、特に緑の部分でほとんど同じ色になってしまっている。

原色とイルミナントの変更

原色を sRGB の原色から、主波長はややずれるが広い範囲をカバーできるような単色光に変更した。変更したといっても、実際にはそれらの色をディスプレイ等で表示できるわけではなく、あくまでも計算上の仮想的な原刺激として用いるのであって、実際に表示するのはディスプレイの原色、例えば sRGB 準拠のディスプレイであれば sRGB の原色で表示する。このような仮想的な原色として 380, 527, 780nm の単色光を用いた。これらの色度座標は、それぞれ (0.17411, 0.00496), (0.13055, 0.81893), (0.73469, 0.26531) である⁶⁾。原色が変わると、式(3)の行列も変えなくてはならない。式(3)は、原色とイルミナントで決まるため、この際原色だけでなく、イルミナントも変更する。

一般的に、RGB 3 原色の強度あるいは三刺激値 R, G, B と三刺激値 X, Y, Z の関係は、変換行列を M とすると、つぎのように表すことができる⁷⁾。

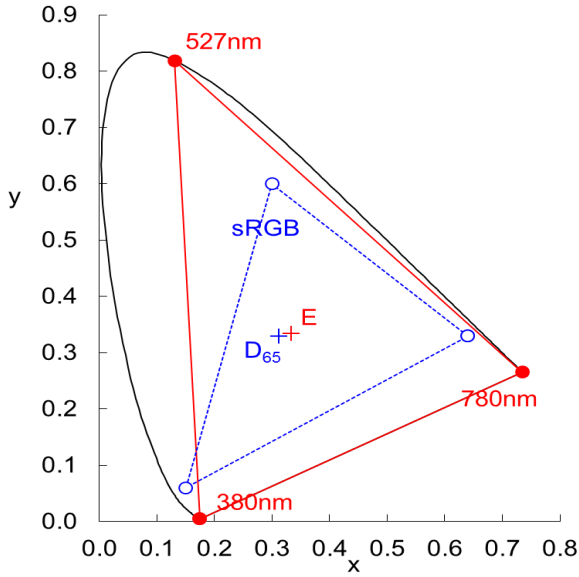


図8 原色とイルミナントの座標



図9 原色とイルミナントの変更

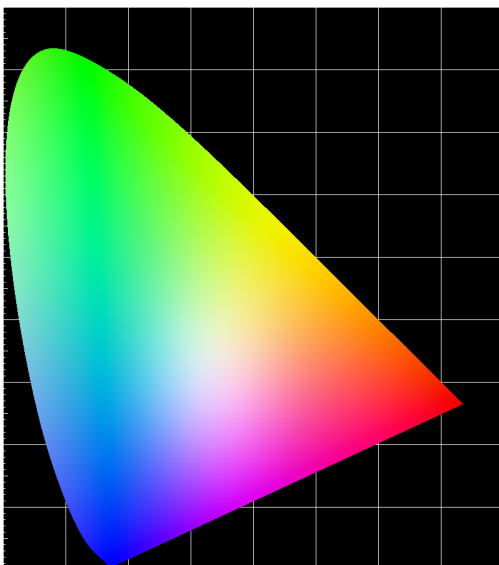


図10 黄色部の高明亮度化

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 r, g, b をそれぞれ R, G, B の値であることを示す添え字とすると、

$$M = \begin{bmatrix} X_r & X_g & X_b \\ Y_r & Y_g & Y_b \\ Z_r & Z_g & Z_b \end{bmatrix} \quad (10)$$

である。刺激和を S とすると、

$$\begin{aligned} S_r &= X_r + Y_r + Z_r \\ S_g &= X_g + Y_g + Z_g \\ S_b &= X_b + Y_b + Z_b \end{aligned} \quad (11)$$

であるから、

$$M = \begin{bmatrix} S_r x_r & S_g x_g & S_b x_b \\ S_r y_r & S_g y_g & S_b y_b \\ S_r z_r & S_g z_g & S_b z_b \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$= \begin{bmatrix} x_r & x_g & x_b \\ y_r & y_g & y_b \\ z_r & z_g & z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_r & 0 & 0 \\ 0 & S_g & 0 \\ 0 & 0 & S_b \end{bmatrix} \quad (13)$$

となる。

イルミナントを sRGB で用いられているイルミナント D_{65} から、三刺激値 X, Y, Z が等しいイルミナント E にすると、 $R = G = B = 1$ のとき $X = Y = Z = 1$ となるから、式(9)はつぎのようになる。

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r & x_g & x_b \\ y_r & y_g & y_b \\ z_r & z_g & z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_r & 0 & 0 \\ 0 & S_g & 0 \\ 0 & 0 & S_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r & x_g & x_b \\ y_r & y_g & y_b \\ z_r & z_g & z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_r \\ S_g \\ S_b \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} S_r \\ S_g \\ S_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r & x_g & x_b \\ y_r & y_g & y_b \\ z_r & z_g & z_b \end{bmatrix}^{-1} \quad (16)$$

式(16)を用いて3原色の座標から刺激和 S が求まったら、式(12)から変換行列 M を定めることができる。

ここでの目的である色度図の着色では、式(9)の逆を用いるため、逆行列 M^{-1} に三刺激値 X, Y, Z をかけて sRGB の R, G, B 値を求め、それらから前述のように変換してデジタル値 $R_{8bit}, G_{8bit}, B_{8bit}$ を求める。

原色とイルミナントの変更は、もっと早く、最初に行うべきであった。変更前後の3原色とイルミナントを図8に示す。変更後の原色とイルミナントを用いて作成したのが図9である。sRGB の範囲を超えた高彩度部でなだらかに色が変わっているのがわかる。

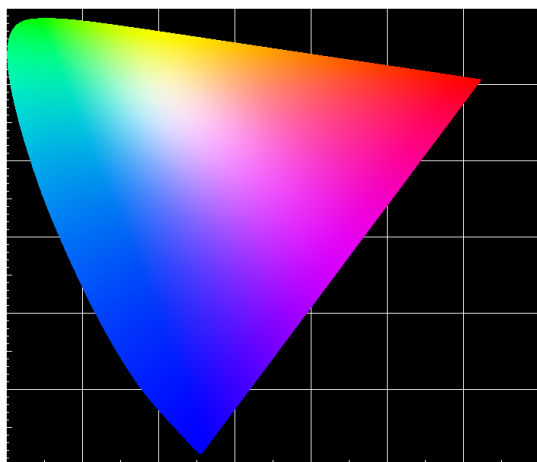
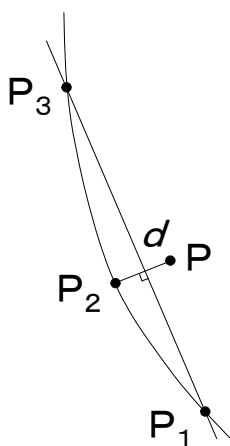
図 11 $u'v'$ 色度図

図 12 波長目盛

黄色部の高明度化と xy 色度図の完成

図 9 をみると黄色部が暗く彩度が低く見える。そのため、白色点の高明度化と同様に、ガウス関数を用いて三刺激値 Y を大きくしてユニーク黄⁸⁾を中心とした黄色付近の明度を高くした。こうしてできたのが図 10 である。

このように、sRGB の拡張から始まって種々の変更を行って xy 色度図の着色が完成した。

$u'v'$ 色度図

人間の感覚に合った UCS 色度図⁹⁾である $u'v'$ 色度図の u', v' は xy 色度図の x, y から次のように変換される¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} u' &= \frac{4x}{-2x+12y+3} \\ v' &= \frac{9y}{-2x+12y+3} \end{aligned} \quad (17)$$

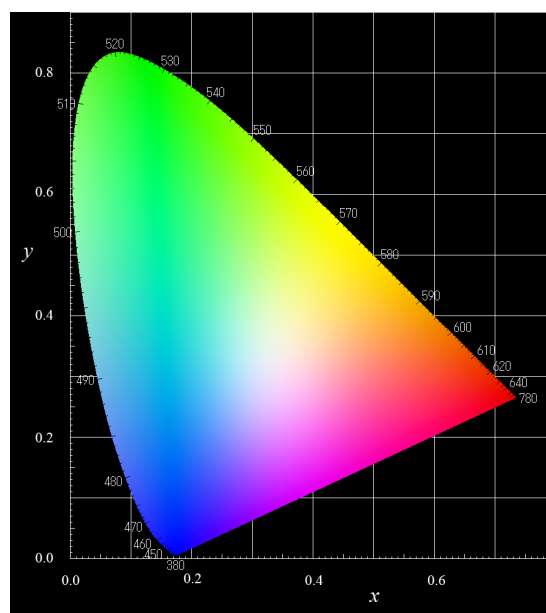
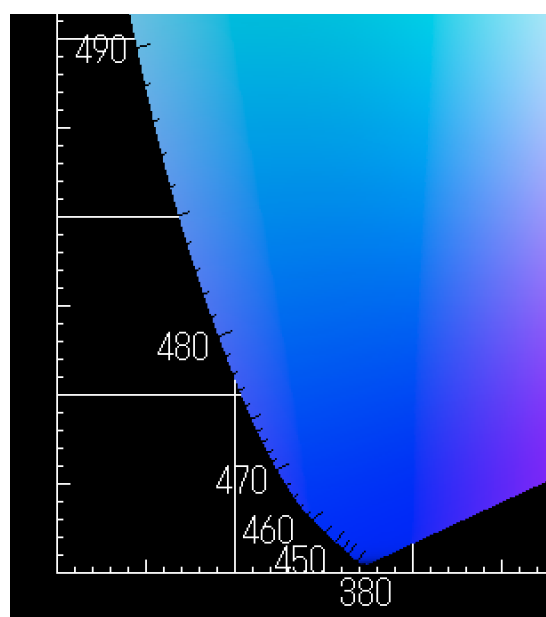
図 13 波長目盛を追加した xy 色度図

図 14 波長目盛の拡大図

これらの式を逆変換すると、

$$\begin{aligned} x &= \frac{9u'}{6u'-16v'+12} \\ y &= \frac{4v'}{6u'-16v'+12} \end{aligned} \quad (18)$$

となる。この式を用いて $u'v'$ 色度図の座標 (u', v') を xy 色度図上の座標 (x, y) に変換し、それらの値から前述のようにして x, y からデジタル値 $R_{8bit}, G_{8bit}, B_{8bit}$ を求めた。このようにして作成したのが図 11 の $u'v'$ 色度図である。

波長スケール

スペクトル軌跡に波長の位置を示す目盛があると、主波長の色がわかり便利である。

目盛は軌跡と直角で内側につけるようにする。そのため、図 12 に示すように、スペクトル軌跡上で連続した 3 点 P_1 , P_2 , P_3 の点 P_2 に目盛をつける場合、 P_2 を通り直線 P_1P_3 に直交する直線上で、目盛の長さに対応する距離 d だけ P_2 から離れた点 P まで直線を引く。このような点 P は 2 点あるが、ベクトル P_1P_2 と P_1P の外積を調べることによって馬蹄形の内側の点を用いる。

スペクトル軌跡上の波長間の距離は等間隔でないため、出力する波長の値をデータとして与えた。また、波長の値を示す文字列の位置を微妙に調整するため、調整値もデータとして与えた。このようにして目盛と波長を追加したのが図 13 で、目盛部分を拡大したのが図 14 である。波長が 5 または 10 の倍数で目盛の長さ d を分かり易いように長くしているのがわかる。

同様に、 $u'v'$ 色度図に目盛と波長を追加したのが図 15 である。

まとめ

試行錯誤を繰り返しながら、色度図をきれいに着色することができた。

色彩科学ハンドブックに掲載されている図は残念ながら、彩度は低く、擬似輪郭が出ていてあまりきれいには印刷されていない。そのため、ここに掲載した図あるいは次ページ以降の付図を見たり使ったりしていただければ幸いである。

本文中にも述べたが、原色の変更を最初に行うべきであった。また、白色付近と黄色付近での明度の上昇は、UCS 色度図の $u'v'$ 色度図上で行うべきであった。波長目盛を拡大した図 14 を見るとジャギーが目立つが、これもアンチエイリアスを行ったほうがよかった。新たに色度図の着色を試みられる場合は、これらのこと考慮していただきたい。

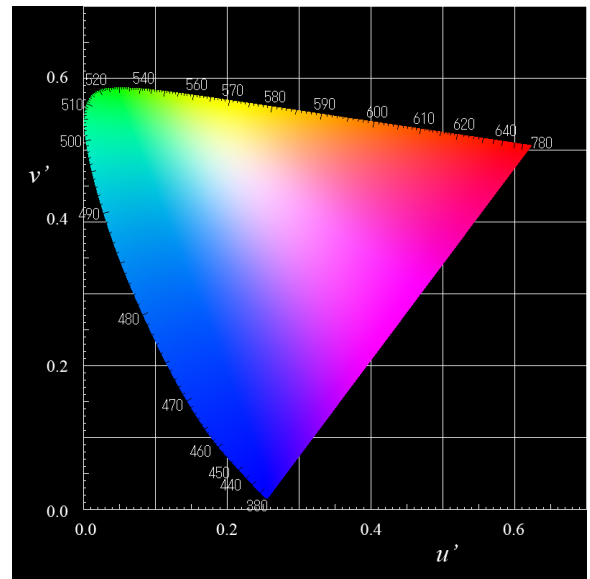
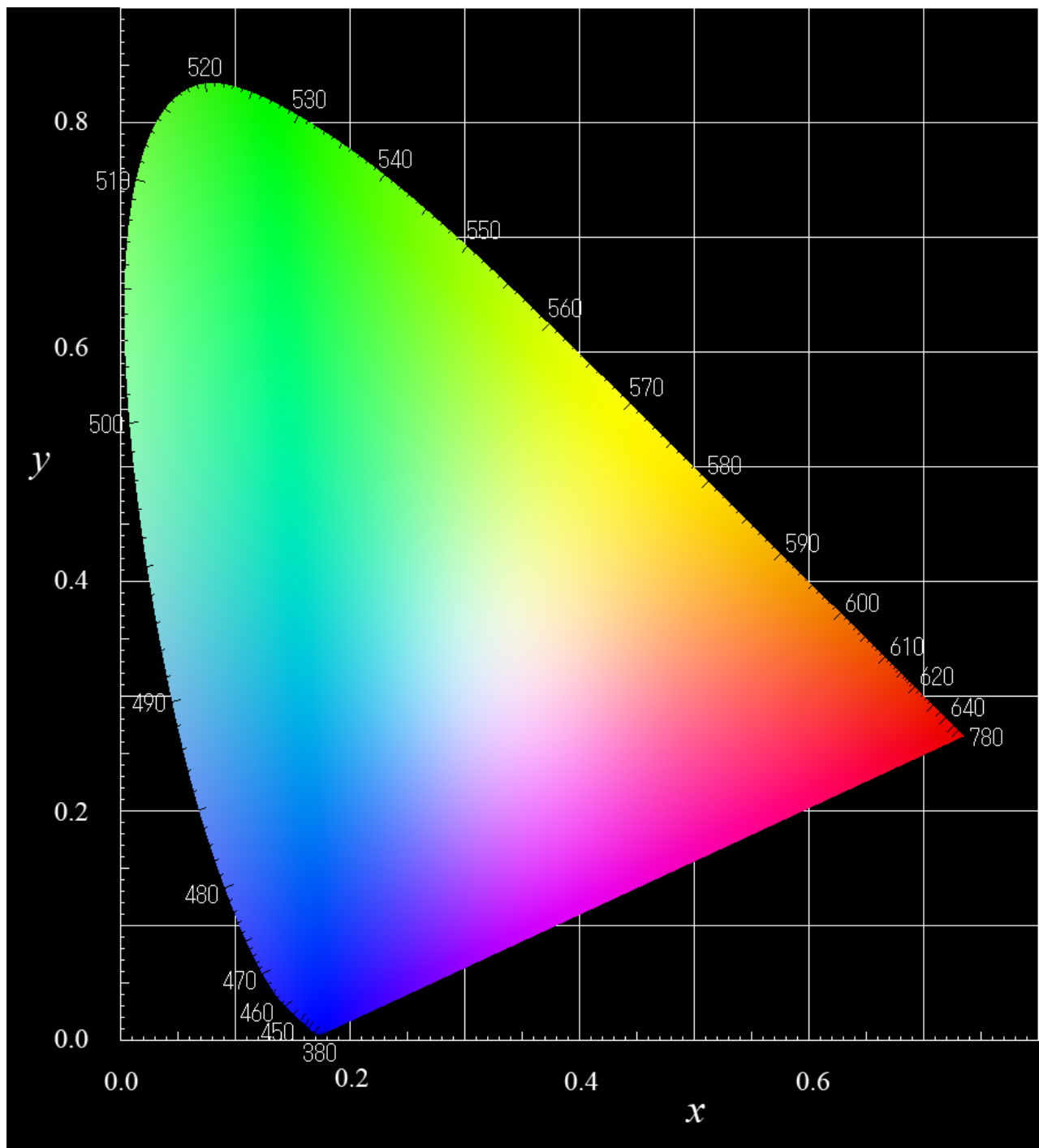
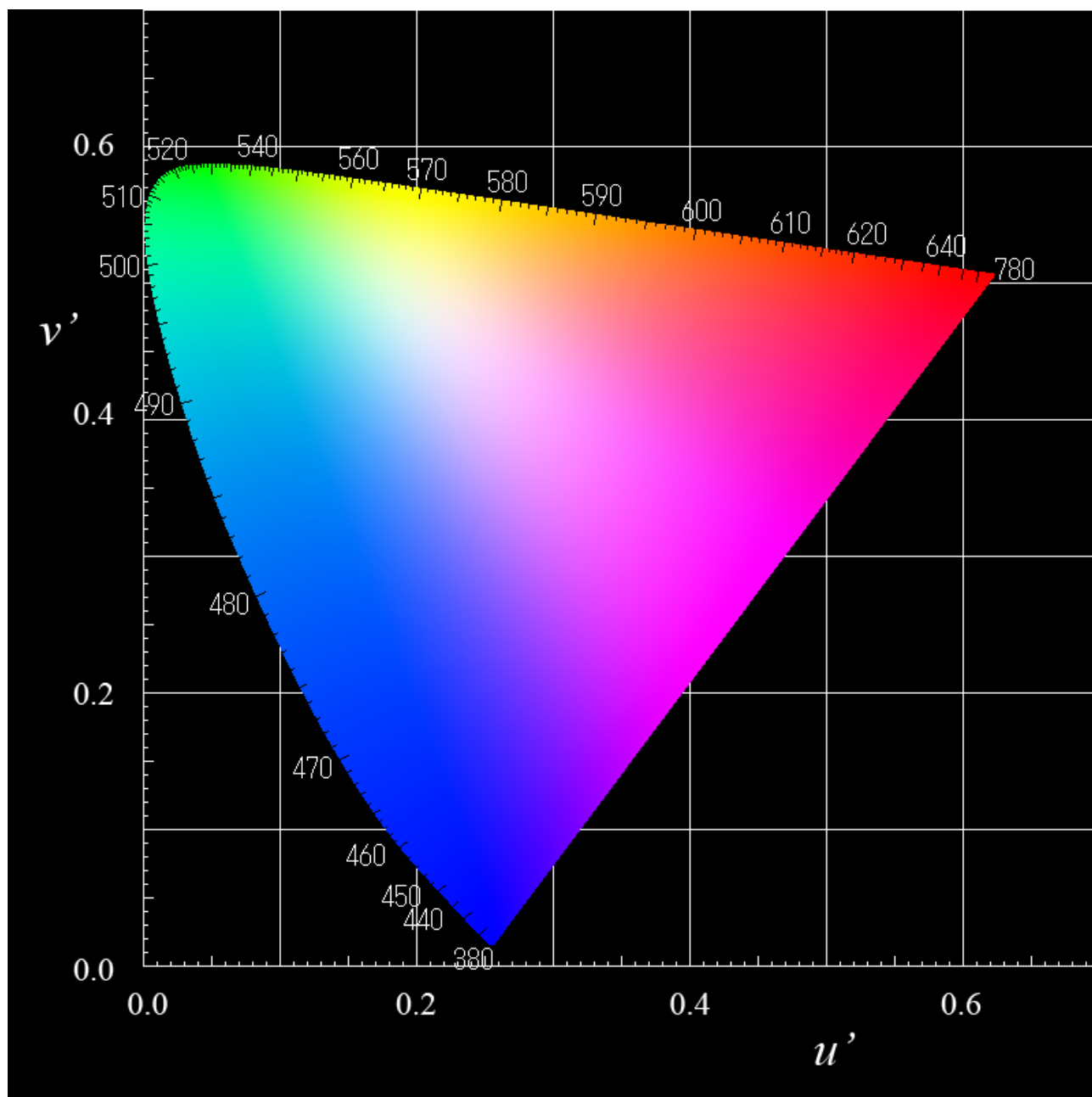


図 15 波長目盛を追加した $u'v'$ 色度図

参考文献

- 1) 日本色彩学会編、新編 色彩科学ハンドブック 第 3 版、東京大学出版会 (2011)
- 2) 犬井正男、口絵(i) 色をはかる 写真 1 CIE (x,y)色度図、日本機械学会誌、第 114 巻、第 1117 号 (2011)
- 3) IEC 61966-2-1:1999, Multimedia systems and equipment - Colour measurement and management - Part 2-1: Colour management - Default RGB colour space - sRGB
- 4) 参考文献 1)、p.980
- 5) 参考文献 1)、p.81
- 6) 参考文献 1)、p.1668
- 7) 参考文献 1)、p.73
- 8) 参考文献 1)、p.543
- 9) 参考文献 1)、p.97
- 10) 参考文献 1)、p.100

付図1 xy 色度図 (図13の拡大版)

付図2 $u'v'$ 色度図 (図15の拡大版)