

合唱のためのフーリエ音楽学： 母音を構成する倍音群の解析

平岡 一幸^{*1} 阿部 はる奈^{*2} 田島 滉太^{*3}

Harmonics of a vowel:
Fourier analysis of singing voice for choral music

Kazuyuki Hiraoka^{*1} Haruna Abe^{*2} Kota Tajima^{*3}

Harmonic overtones contained in a vowel are studied by Fourier analysis for conversational and/or singing voices. Focusing on the first and second formant frequencies, the feature of a vowel is examined. In addition, coalescence between two or more different vowels in partial singing is investigated to achieve a performance of beautiful choral music.

1. はじめに

正確な音程で歌うことは重要です。劣らず大切なことは「美しい声」で音楽を奏でることです。この小文では「美しい歌」と「美しい声」にアプローチするため、「声の母音」に焦点を当て、その倍音の成分を実験的に解析します。

同じ高さの音でも、例えば「ラ；La；A」に相当する 440 Hz の周波数の高さの音でも、我々は、「あ」、「い」、「う」、「え」、「お」の 5 母音を歌い分けれます。それではその 5 母音の違いはどこから来るのでしょうか？

この疑問に答えるため、「フーリエ級数」や「フーリエ級数展開（以下、フーリエ展開）」という「複雑な波を周波数別の単純な波に分解する数学的手法」を用います。このフーリエ解析により各母音の特徴を比較・整理し、「美しい声」で歌うための研究課題を明確にすることがこの小文の目的の一つです。更に重唱や合唱における母音の重なりを検討します。

2. 「フーリエ級数」とは波の足し算です

2.1 音は波^{1,2)}

「ポッ、ポッ、ポッ、ポーン」という時報音は聞いたことがあるのではないのでしょうか？ この時報音には 440 Hz と 880 Hz（つまり La とオクターブ上の La の音）の正弦波が使われています。母音の解析と考察に備えて、まずは「音」について復習しましょう。

音は音波と呼ばれるように波（波動）の一つです。波は正弦関数（サイン関数、sine function）や余弦関数（コサイン関数、cosine function）で表すことができます。例として、1)式に時間を t 、角速度を ω （オメガ）としたときの正弦関数で表される波（正弦波；sinusoidal wave）を、さらに図 1 にその形を示します。

$$f_{(\omega)} = A \sin \omega t \quad \dots\dots\dots 1)$$

図 1 では横軸が時間 t となっています。A は波の強度を表す振幅です。1 秒間に上下する回数を振動数もしくは周波数（frequency）といい、単位は Hz（ヘルツ）で表します。また、一回の上下で進む距離を波長（wavelength）と言います。周波数の高低（すなわち波長の短長）が音の高低に対応します。図 1 の正弦波は 1 秒間で一回上下するので 1 Hz ということになります。

一つの正弦波からなる音を純音と呼びます。純音以外の音の場合は色々な周波数の音を含みます。そのうち最小の周波数のものを基音（基本音、fundamental tone）と言い、他のものを上音（overtone）と言います。上音のうち基音の整数倍の周波数のものを「倍音」（harmonic）と言います³⁻⁷⁾。同じ基音（例えば 440 Hz）の音でも、バイオリンやフルートなど楽器により音色が違うのは倍音の成分とその強度が異なるためです⁸⁻¹⁰⁾。この小文で取り上げる「声」の場合もフォルマント（formant）と呼ばれる強い倍音の分布により「あ」「い」「う」「え」「お」を識別しています¹¹⁻¹⁵⁾。

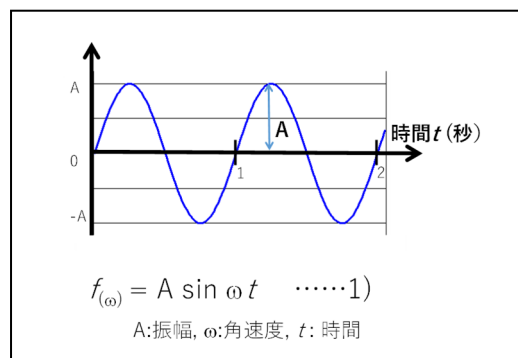


Figure 1. Sinusoidal wave.

2.2 フーリエ級数とフーリエ展開¹⁶⁻¹⁹⁾

^{*1} 東京工芸大学 生命環境化学科/工業化学専攻 教授 ^{*2} 東京工芸大学 生命環境化学科 学部 4 年生

^{*3} 東京工芸大学 工業化学専攻 博士前期課程

2021 年 3 月 18 日 受理

1768 年生まれのフランス人 Joseph Fourier (ジョゼフ フーリエ; 1768~1830) は、ブルボン王朝末期からフランス革命の時代を生きた人です。日本ではエレキテルを再現した平賀源内 (1728~1780) が活躍し、英国ではワット (1736~1819) の蒸気機関改良により産業革命が始まった時代でもあります。

Fourier (以下、フーリエ) は熱伝導の研究を通して「同じ形を繰り返している周期をもった波は、どんな複雑なものでも単純な波 (つまり正弦関数のこと) が足し合わさってできている」ことを見出しました¹⁶⁻¹⁹⁾。フーリエが見出したこの法則の数学的な表現をフーリエ級数やフーリエ展開と呼びます。例えばフーリエ級数 (Fourier series) とは、複雑な周期関数や周期信号を、基本となる周期をもつ関数、すなわち正弦関数や余弦関数、の和によって表したものです。そして複雑な周期関数を正弦関数や余弦関数の和によって表すことをフーリエ展開 (Fourier expansion) と言います。話が難しくなってきたので、具体的に見ていきましょう。

「同じ形を繰り返している周期をもつ波」の例として矩形波 (Square wave) とよばれる四角い波を取り上げます。図 2(a)~(d) の各図に矩形波の関数 (ここでは「 $f_{\text{矩形}}$ 」と名付けます) を青い線で示しました²⁰⁾。一見、単純な周期関数に見える矩形波 $f_{\text{矩形}}$ ですが、実は多くの周波数の異なる正弦波から構成されています。それでは矩形波 $f_{\text{矩形}}$ をフーリエ展開して正弦波の足し算であるフーリエ級数で表した数式を 2) 式として書き下してみましょ。ここで出てくる Σ (シグマ; Sigma) は足し合わせの記号です。

$$\begin{aligned}
 f_{\text{矩形}} &= A_1 \sin \omega t + A_3 \sin 3\omega t + A_5 \sin 5\omega t + A_7 \sin 7\omega t \\
 &+ A_9 \sin 9\omega t + \dots \\
 &= \sum_1^{\infty} A_n \sin n\omega t \\
 &= \sum_1^{\infty} (4/\pi) [1/(2n-1)] \sin[(2n-1)\omega t] \\
 &= (4/\pi) \{ \sin \omega t + (1/3)\sin 3\omega t + (1/5) \sin 5\omega t + \\
 &(1/7) \sin 7\omega t + (1/9)\sin 9\omega t + \dots \} \\
 &\text{ここで、} n = 1, 2, 3, \dots \dots \dots 2)
 \end{aligned}$$

数学の準備ができたところで、基音の正弦波に高次の正弦波が加わることで段々と四角い矩形波となっていく様子を見てみましょう。図 2(a)~(d) の各図には矩形波の青線に加えて、2) 式で示した高周波の正弦波を加えた関数 f_n の図形を赤線で示しました。図の右側には f_n の数式を記しました。図 2(a) は青線の矩形波 $f_{\text{矩形}}$ と「同じ周波数の正弦波 $f_1 = A_1 \sin \omega t$ 」を赤線で示しています。図 2(a) の矩形波と正弦波を比べると周波数は同じで形は全く違うことがわかります。しかし、図 2(b) に示した「同じ周波数の正弦波 $f_1 = A_1 \sin \omega t$ 」と「3 倍の周波数の正弦波 $A_3 \sin 3\omega t$ 」を足し合わせた合成関数 f_3 の図形、さらに「5 倍の周波数の正弦波 $A_5 \sin 5\omega t$ 」を加えた合成関数 f_5 を描いた図 2(c)、そしてさらに「7 倍の周波数の正弦波 $A_7 \sin 7\omega t$ 」を足せた合成関数 f_7 を描いた図 2(d) を順を追って比べると、高次

の正弦波が加わることで段々と四角い矩形波となっていく様子がわかります。

このように周期的な関数をフーリエ展開し、構成されている正弦波や余弦派の成分を求めて解析することをフーリエ解析と呼びます。ところで、2) 式には「 Σ 」が使われていますが、これを発展させた積分記号「 \int (インテグラル; integral)」を使ったものをフーリエ変換 (Fourier transform) と言います。この積分記号「 \int 」はフーリエが考えたものらしいです^{16,17)}。近年では、赤外分光分析法や核磁気共鳴分光法などの化学分析にフーリエ変換が適用され、飛躍的に能力が向上しています^{21,22)}。

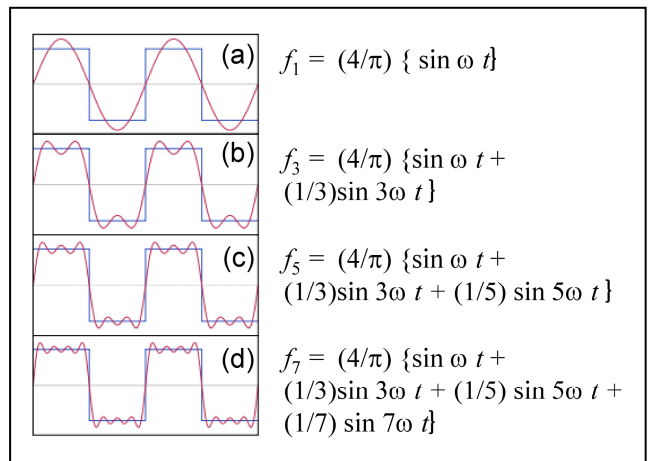


Figure 2. Fourier series of a square wave.²⁰⁾

3. 音声波形のフーリエ解析実験

音楽は歌声や様々な楽器より豊かな音色が奏でられます。音叉、バイオリン、フルート、ピアノ、、、など、同じ La (A) の音高でも (つまり 440 Hz の周波数) それぞれに異なる音色を持っています。それは各楽器が奏でる音の波形の違いが音色となって表れているのです⁸⁾。それでは人の声はどうなっているのでしょうか? この小文では「美しい声」へのアプローチのため、「声」の「母音」に焦点を当て、フーリエ展開を用いて音声波形を数理科学的に解析する手法を検討しましょう。

Table 1. Details of cooperating singers.

	生活声	歌声
女声(220Hz)	3名	2名
男声(110Hz)	14名	5名
男声(220Hz)	2名	2名

3.1 「声」の採音

本学のアカペラ部を中心とした学生諸君 (男声 16 名と女声 3 名) に協力してもらい採音しました。日本語の 5 母音「あ」「い」「う」「え」「お」について、決められた基音の周波数で発声した声を採音しました。普段の生活時に発している声と (以下、「生活声」)、歌っているときに発声し

ている声（以下、「歌声」）を意識的に区別して発声してもらい採音しました。被験者の内訳は表1の通りです。

3.2 フーリエ解析の実験システム

表2と図3に採音に用いたシステムを示します。Audio-technica社製ステレオマイク(A9941)をコンピュータに繋ぎ採音しました。採音した音源はWAV形式で保存しました。保存したデータは吉正電子株式会社製のフーリエ変換ソフト「Realtime Analyzer[RA]version 5.2.0.2.6」を用いてフーリエ変換し、得られたスペクトルを解析しました。音声解析時の解析周波数の上限は4kHzとしました。また予備実験としてOlympus社製Linear PCM RecorderレコーダーLS-P4を用いました、この場合も採音した音源はWAV形式で保存し解析に供しました。

Table 2. System for voice recording.

録音場所	9号館3階 オーディオビジュアルメディア研究室内の録音室
録音機器	マイク audio-technica製 (A9941)
	パソコン VOSTRO14-3468
	ソフト 吉正電子株式会社 Realtime Analyzer [RA] Version 5. 2. 0. 2. 6
	保存形式 WAV形式

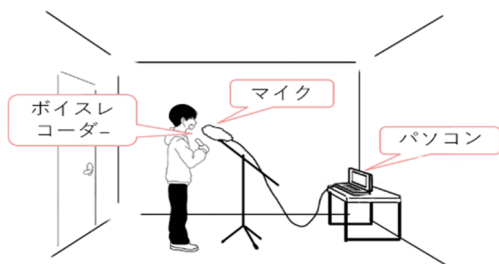


Figure 3. System for voice recording.

4. 音声波形の観測と解析¹¹⁻¹⁵⁾

4.1 オシロスコープによる母音の音声波形の観測

それでは「あ」「い」「う」「え」「お」の各母音の特徴を研究するため、音声波形を比較検討してみましょう。図4は観測した音声の波形です。本学1年生の学生実験でも勉強する「オシロスコープ」を用いて観測した波形で、縦軸が強度で横軸が時間のグラフとなっています。ここでは「110Hzにおいて発声した男声の生活声」を解析しています。発声の際の基音の周波数110Hzに相当する周期 τ を図中に示しました。横軸の一目盛りは2ms(2ミリ秒)です。110Hzの周期 τ (周期とは一波長の時間的な長さ、“ τ ”はギリシャ語の“ ν ”に相当し、「タウ」と呼びます)は約10msなので約5目盛りで一波長の波に相当します(正確には、 $\tau=1\text{秒}\div 110\text{回}=0.00909\dots\text{sec}=9.0909\dots\text{ms}$)。またステレオマイクで録音したため、上下に青い波と赤い波がありますが基本的に同じものです。ここでは青い波に注目しま

しょう。まず、同じ110Hzの周波数で発声しているにもかかわらず、「あ」「い」「う」「え」「お」の5母音を比べると波形が全く異なっていることがわかります。

具体的に見ていきましょう。「あ」の波形は、横軸一目盛り(2ms)くらいの周期の波が強いようです。発声した基準音は110Hzなので、約5倍の周波数をもった波が強い成分であることがわかります。ただし美しい正弦波ではなく少し歪があるので他の周波数を含んでいると推察されます。さらに、微弱ですが一目盛り中に10個程度以上のピークのあるかなり高周波のギザギザした波もあるようです。

一方、「い」は、基準周波数の110Hzに近い波長の周期を持つ波が観測されました。この波は複数の正弦波から構成されているように見受けられますが、この時点ではその数や周波数は特定できません。さらに一目盛り中に10個程度以上のピークがあるギザギザした高い周波数の波もはっきりと確認できます。

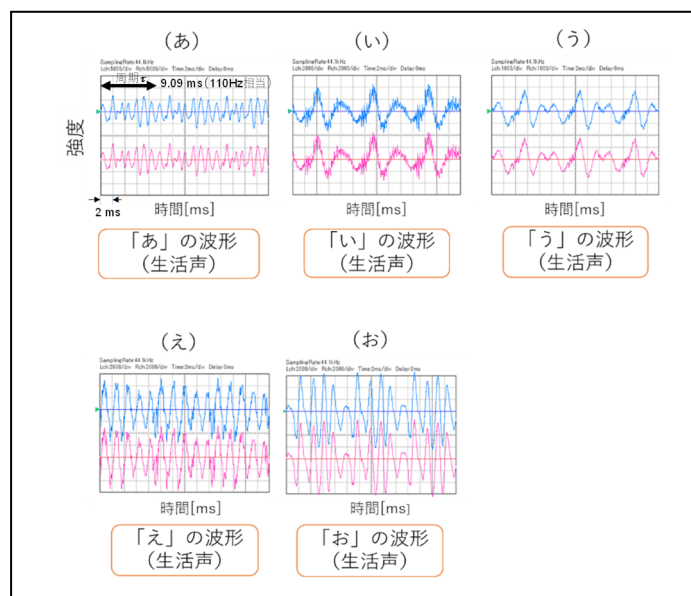


Figure 4. Waveforms of observed vowel sounds.

「う」は「い」と似ています。「い」と同様に基準周波数の110Hzに近い周期の波が中心である一方、ギザギザした高い周波数の波はかなり微弱です。

「え」は「あ」と似ており、横軸一目盛り(2ms)くらいの周期の波がはっきりと観測されます。加えて、「い」で観測された一目盛り中に10個程度以上のピークがあるギザギザした高周波の波もはっきりと確認できます。

「お」は「あ」や「え」と似ているように見えますが、「あ」や「え」で観測された波よりもすこし周波数が低く(一目盛りより大きい周期の波)、かつ「え」や「い」で観測されたギザギザした高い周波数の波がほとんど確認できません。

以上、オシロスコープによる波形観測とその解析により、以下の3点が明らかとなりました。

(1) 「あ」「い」「う」「え」「お」の5母音のいずれも、発

声した基準周波数よりも高い周波数の波を多数持つ。

(2) 各母音でその高周波成分の周波数と強度が異なる。

(3) 「あ」と「え」の波形が似ている。「い」と「う」の波形も似ている。

4. 2 フーリエ級数展開による音声解析の例

図 4 に示したオシロスコープの観測波形により、「あ」「い」「う」「え」「お」の 5 母音はいずれも発声した基準周波数（基音）よりも高い周波数の波を多数持ち、各母音でその高周波成分の周波数と強度が異なることが示されました。それでは 5 母音の音声波形をフーリエ変換することで、各母音の持つ「高周波成分の周波数と強度」を定量的に求めていきましょう。

解析に先立ち、フーリエ変換の理解を深めるために「音叉」を例にとり音声解析の流れを紹介します。図 5(a)は「440 Hz (ラ ; La ; A) の音叉」を録音した波形です。図 1 に示した正弦波のような波形となっています。図 5(a)をフーリエ解析した結果が図 5(b)です。縦軸は強度、横軸が周波数になっています。このように縦軸が強度、横軸が周波数のグラフを「スペクトル」と呼びます。この音叉のスペクトルにおいて、周波数を示すピークは 440 Hz に 1 つだけ確認され、ほかの周波数のピークはありません。このことは図 5 (a)の波が 440 Hz の正弦波のみで成り立っている「純音」であることを示しています。

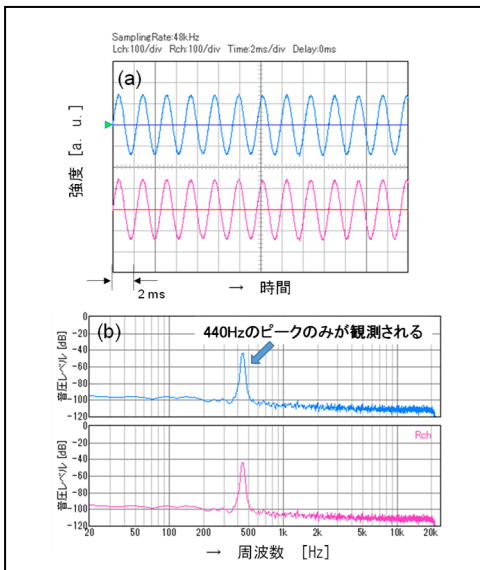


Figure 5. Fourier analysis of the sound of a tuning fork: (a) the waveform and (b) its spectra.

次に「人の声」をフーリエ変換するとどのようになるのでしょうか？ 図 4(a)を例にとりフーリエ変換前後を見比べてみましょう。尚、図 4(a)は、110 Hz の La の音高にて、日常的な「生活声」で「あ」の母音を発声したものでした[バスもしくはバリトンの音域(男声の中・低音領域)に相当します]。図 5 (a)の「音叉」の波形が正弦波の単純な波形であるのに対して、図 4(a)は波形が複雑です。これは、基音に加えて倍音などの多く高周波成分を含んでい

るためです。この高周波成分を含んだ複雑な波形をフーリエ変換してみましょう。「『あ』の男声 (110 Hz)」の波形をフーリエ変換して得たスペクトルを図 6(a)に示します。横軸が周波数で、周波数範囲は 0~4 kHz となっています。このスペクトルを解析することで、「『あ』の男声 (110 Hz)」が、どのような周波数の波（正弦波）から成り立っているかがわかります。発声の基音の周波数は 110 Hz ですが（図中の左端の矢印）、フーリエ変換した結果、今回実験した解析周波数範囲全体（0~4 kHz）にわたって高周波倍音が観測されています。このことは発声周波数の 40 倍程度まで（もしくはそれ以上）の高周波倍音が音声に含まれていることを示しています。

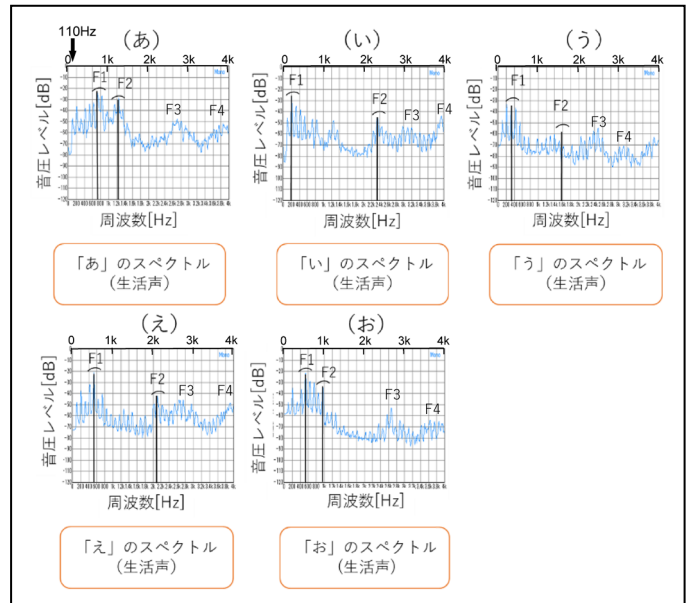


Figure 6. Spectrum of vowel sounds shown in Figure 4.

4. 3 フォルマントによる母音の認識

『あ』の男声 (110 Hz)」の波形をフーリエ変換したスペクトル図 6(a)をよく見てみると、たくさんの倍音が観測されることに加えて、それらの中でも特に強い倍音もしくは倍音群があります。これらはフォルマント (Formant) と呼ばれ、低い周波数から順に第一フォルマント(以下、F1 とします)、第二フォルマント(F2)、第三フォルマント(F3)、...と名付けられています。先行研究により、人は「F1 と F2 の周波数」と「F1 と F2 の周波数の差」により 5 母音「あ」「い」「う」「え」「お」を区別しているとの報告があり^{11,12)}、我々も検証実験を行いました。

4. 4 5 母音のフーリエ変換とフォルマント解析

4.4.1 5 母音全体のフォルマント分布の対称性^{11,12)}

図 6 (a) ~ (o) に、図 4 で示した「あ」「い」「う」「え」「お」各々の音声波形 (110 Hz の男声の生活声) をフーリエ変換して得たスペクトルを示します。「あ」「い」「う」「え」「お」、いずれの母音も、観測周波数 0~4 kHz 全域にわたって倍音が観測されました。前述のように特に

強度の強い倍音群であるフォルマントを低周波側からF1、F2、F3、ならびにF4として図中に示しました。

ここでは先行研究を参考にしてF1とF2を中心に解析を試みました^{11,12)}。今回採音した「生活声」の「あ」「い」「う」「え」「お」の各母音のフォルマント周波数を表3にまとめました。採音にあたっては「男声 110 Hz」、「男声 220 Hz」、「女声 220 Hz」を基音としています。またフォルマント周波数は複数の方の声の平均としています。具体的な人数は表1に示した通りです。

Table 3. Formant frequencies of five Japanese vowels [(あ), (い), (う), (え), and (お)] in conversational voice.

生活声	男声(110Hz)		男声(220Hz)		女声(220Hz)	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2
あ	658Hz	1104Hz	620Hz	1270Hz	942Hz	1583Hz
い	344Hz	2434Hz	415Hz	2350Hz	413Hz	2887Hz
う	320Hz	1417Hz	415Hz <td 1530Hz	413Hz	1560Hz	
え	459Hz	2013Hz	530Hz	1920Hz	647Hz	2400Hz
お	412Hz	794Hz	530Hz	770Hz	613Hz	953Hz

表3に示した「110 Hzの男声の生活声」の各母音におけるF1とF2のフォルマント周波数を比較した結果を図7(a)に示します(以下、この小文では図7(a)のようにまとめた図を「フォルマント分布図 (Formant map)」と称します)。F1を○、F2を●で示しています。人間が感じる音の高さは対数(もしくは指数)となっていることを踏まえ(周波数が2倍になると一オクターブ異なるなど)、縦軸の周波数は対数表示としました²³⁾。また、「4.1 オシロスコープによる母音の音声波形の観測」の結果を踏まえ、母音を似たもの順にならべ、左から「あ」と「え」、「い」と「う」、「お」として示しています。

このように「あ」「え」「い」「う」「お」の順に5母音を並べることにより、各母音間の特徴が明らかとなります。まず全体としてこのフォルマント分布図が星印(☆)で示した「い」の中央を対称軸として2回対称(360度回すと同じ形が2回出る対称性)となっていることに注目しましょう²⁴⁾。つまり星印☆を中心に180度回すと図が同じ形となり、「あ」と「お」の位置、「え」と「う」の位置が入れ替わります。このことは、星印で示した「い」の中心点の周波数F[☆]が、5母音全体の基準周波数となっていることを示唆しています(以下、F[☆]を中心周波数と呼びます)。それでは縦軸が対数となってことに注意して、F1とF2からこの中心周波数F[☆]を求めてみると、3)式のようになります。

$$\log_{10} F^{\star} = \{(\log_{10}(F1) + \log_{10}(F2)) / 2\} \dots\dots\dots 3)$$

表3に示された「い」のF1とF2の値344 Hzと2434 Hzを代入すると、F[☆]=915 Hzと求められます。学生諸君は練習問題として計算するとともに、表3の「男声 220 Hz」、「女声 220 Hz」のF1とF2の値から各々のF[☆]を求めてください(解答は後述します)。

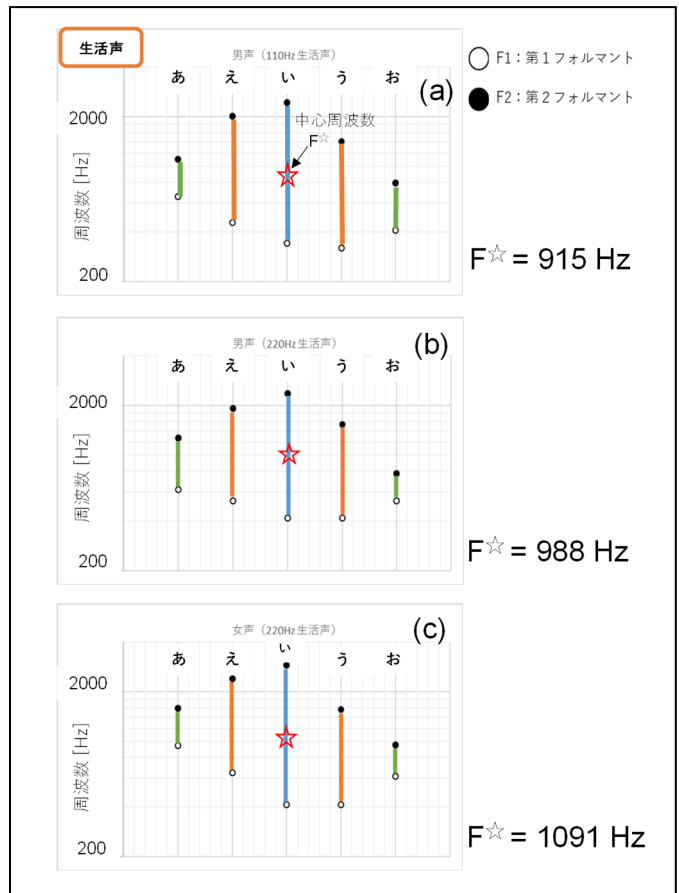


Figure 7. Formant frequencies of five Japanese vowels [(あ), (え), (い), (う), and (お)] in conversational voice. We have tentatively designated the figure as a “distribution map of formant frequency”. (a) Male 110 Hz, (b) male 220 Hz, and (c) female 220 Hz.

4. 4. 2 各母音におけるフォルマント分布の特徴

それでは「110 Hzの男声の生活声」の各母音について検討しましょう。まず「あ」のフォルマント周波数に注目します。表3より「あ」のF1周波数は658 Hz、F2周波数は1104 Hzです。両者とも中心周波数F[☆](915 Hz)近傍の狭い範囲に存在しており、F1はF[☆]と同じくらいもしくはその直下に位置し、F2はF[☆]よりも若干高いことがわかります。図7(a)に示したフォルマント分布図にて他の母音に比べると、F1とF2の周波数差(以下、ΔF)が小さいことがわかります。つまり、「あ」の母音は、中心周波数F[☆]近傍からF[☆]より少し高い周波数域に、密集した倍音が中心となり構成されています。

次に「え」のフォルマント周波数を見てみましょう。「え」の場合、F1周波数は459 HzとF2周波数が2013 Hzです。

F1 周波数は中心周波数 915 Hz よりもかなり低いところ、F2 は「い」と並んで 5 母音のフォルマントの中でも最も高い周波数域にあります。さらに F1 と F2 の周波数差 ΔF が広いこともわかります。この ΔF の幅広さが「え」母音の多様性、すなわち様々な「え」があること、を示唆しています。「 ΔF のどこまでの広がりがあるか？」と認識できるか？」などは今後の課題です。

「い」のフォルマント周波数は特徴的で全母音の基準となっているようです。「い」の F1 周波数は 5 母音のなかで最も低い領域に、F2 周波数は 5 母音のなかで最も高い領域にあり、F1 と F2 の周波数差 ΔF は 5 母音中で最大です。このことは、すべての母音（つまり 5 母音）におけるフォルマント、つまり強い倍音の上限周波数と下限周波数を示していると考えられます。この節の冒頭において述べたように、フォルマント分布図（図 7(a)）における 5 母音の分布を俯瞰し「い」の F1 と F2 の中間点を中心周波数 F^* (915 Hz) としたことで、ほかの母音の特徴をまとめられることは重要と考えられます。

「う」の場合、F1 周波数は 320 Hz、F2 周波数は 1417 Hz です。「う」の F1 は「い」と並んで 5 母音のなかで最も低い領域に位置しています。また F2 周波数は中心周波数 F^* (915 Hz) よりもかなり高いところに位置しています。このことは「え」の場合と同様に F1 と F2 の周波数差 ΔF が広いことを意味します。「え」が高周波側に広がりを持つのにに対し、「う」は低周波側に広がりを持ちます。「う」において ΔF が広いことは、「え」と同様に「う」の多様性、すなわち様々な「う」がある、ことを示唆しています。この節の冒頭で述べたように、図 7(a) に示したフォルマント分布図の 5 母音の配置は、「い」の F1 と F2 の中間点の星印 (☆) を 2 回対称軸とする 2 回対称性となっています。すなわち、星印 (☆) を中心に 180° 回転することにより、「え」の F1 と F2 が、「う」の F2 と F1 の位置に来ることが確かめられます。

最後に「お」の特徴をまとめましょう。「お」の F1 と F2 は、中心周波数 F^* 近傍の狭い範囲に存在しています。このことは「あ」と類似していますが、「あ」の F1 と F2 が F^* より高周波側に広がりを持つのにに対し、「お」の場合は低周波側に広がりを持つ違いがあります。つまり「お」の母音は、中心周波数 F^* より少し低い周波数域に密集した倍音が中心となり構成されています。「え」と「う」のペアと同様に、「あ」と「お」はペアとなっていて、星印 (☆) で示した 2 回対称軸周りに 180° 回転することにより、「あ」の F1 と F2 が、「お」の F2 と F1 の位置に来ます。

それでは各母音の特徴をまとめてみましょう。

(1) 「あ、え、い、う、お」の 5 母音の周波数分布は、「い」の F1 と F2 の中間点（中心周波数 F^* ）を軸とした 2 回対称性を持っている。

(2) 「あ」は、F1 と F2 が平均周波数 F^* 程度か F^* より少し高く、両者の差 ΔF が狭い。

(3) 「え」は F2 の周波数が非常に高く ΔF が広い。

(4) 「い」は 5 母音の中で F1 の周波数が最も低く、F2 の

周波数が最も高い。その F1 と F2 の中間点が 5 母音の基準となる中心点となっている。

(5) 「う」は F1 の周波数が非常に低く ΔF が広い。

(6) 「お」は F1 と F2 が平均周波数 F^* より少し低く、両者の差 ΔF が狭い。

これらの結果は田村らの先行研究で報告された内容とほぼ一致しました^{11,12)}。

4. 5 発声の音高とフォルマント周波数

4.5.1 オクターブ異なる基音における発声の比較

男声の生活声を例にとりオクターブ異なる音高の基音 (110 Hz と 220 Hz) で発声した場合のフォルマント分布を比較してみましょう。図 7(b) に基音が 220 Hz の場合のフォルマント分布図を示します。図 7(a) に示した 110 Hz の結果に対して、この 1 オクターブ高い 220 Hz のフォルマント分布図においても、図 7(a) を解析した場合と同様に星印 (☆) で示した「い」の中央を対称軸とした 2 回対称 (360 度回すと同じ形が 2 回出る対称性) となっています。

男声の生活声の「あ」を例にとり、オクターブ異なる音高 (110 Hz と 220 Hz) で発声した場合の F1 と F2 の周波数を比較してみましょう。まず、これまで解析してきた「男声 110 Hz」を見てみましょう (図 7(a))。「あ」の F1 周波数は、発声時の基準周波数の約 6.0 倍 658 Hz、F2 周波数は約 10 倍の 1104 Hz となっています。一方、1 オクターブ高い「男声 220 Hz」で発声した場合 (図 7(b))、基準数は 2 倍になっているにもかかわらず、F1 周波数は 620 Hz (基準周波数 220 Hz の約 2.8 倍)、F2 周波数は 1270 Hz (基準周波数 220 Hz の約 5.7 倍) とフォルマント周波数はほとんど変化がないことがわかります。このことは低音の発声も高音の発声も、母音 (この場合は「あ」) が同じなら強い高周波倍音群である F1 と F2 の響きはほとんど同じであること示しています。

4.5.2 同じ音高における男声と女声

男声と女声の違いを検討しましょう。まず、図 7(c) に示した生活声の「女声 220 Hz」のフォルマント分布図をみると、やはり星印 (☆) で示した「い」の中心点を対称軸として 2 回対称性が確認できます。

次に同じ音高 (220 Hz) で発声した「女声 ; 図 7(c) 」と「男声 ; 図 7(b) 」を比較します。表 3 と図 7 (c) において、「あ」で発声した「女声 220 Hz」の F1 周波数は基音の周波数の約 4.3 倍の 942 Hz、F2 周波数は約 7.2 倍の 1583 Hz です。いずれも「男声 220 Hz」の F1 (620 Hz) と F2 (1270 Hz) に比べて高い傾向にあります。すなわち、同じ音高の声でも、女声の方が高い周波数において倍音群 (F1 と F2) が響くことがわかりました。

さらに「い」に注目し表 3 の F1 と F2 の値から 3) 式を用いて、「男声」と「女声」の中心周波数 F^* 求めて比較してみましょう。求めた中心周波数 F^* とその常用対数の値は以下の通りです。

「男声 110 Hz」の場合、 $F^* = 915 \text{ Hz}$; $\log_{10} F^* = 2.96$

「男声 220 Hz」の場合、 $F^* = 988 \text{ Hz}$; $\log_{10} F^* = 2.99$
 「女声 220 Hz」の場合、 $F^* = 1091 \text{ Hz}$; $\log_{10} F^* = 3.04$
 上記の 3 例を比較すると、発声音が 1 オクターブ異なる 2 倍の周波数になっても中心周波数 F^* の値は 1000 Hz 前後とほぼ同じ値となっています。「あ」の F1 と F2 の周波数解析結果を合わせると、発声する音高が変化してもフォルマント周波数は大きく変わらないと結論づけられます。一方、詳細を見ると女声の F^* が男声に比べ若干高い傾向にあり、男声と女声のフォルマントの違いは今後の検討課題です¹⁵⁾。

4. 6 「歌声」のフォルマント解析

Table 4. Formant frequencies of five vowels in singing voice for male 110 Hz, male 220 Hz, and female 220 Hz.

歌声	男声(110Hz)		男声(220Hz)		女声(220Hz)	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2
あ	626Hz	1070Hz	665Hz	1205Hz	1095Hz	1740Hz
い	322Hz	2244Hz	430Hz	2315Hz	415Hz	2525Hz
う	350Hz	1406Hz	415Hz	1420Hz	410Hz	1690Hz
え	456Hz	2100Hz	540Hz	1895Hz	690Hz	2330Hz
お	422Hz	798Hz	540Hz	885Hz	635Hz	895Hz

表 4 に「歌声」における 5 母音の F1 と F2 の周波数の値を、図 8 に 5 母音のフォルマント分布図を示します。「歌声」についても「生活声」の場合と同様に、「男声 110 Hz」、「男声 220 Hz」、「女声 220 Hz」の 3 例についてフォルマントの解析を行いました。

図 8 (a) 「男声 110 Hz」、(b) 「男声 220 Hz」、(c) 「女声 220 Hz」に示したいずれのフォルマント分布図も、図 7 で示した「生活声」の場合と同様に、星印 (☆) で示した中心周波数 F^* を対称軸とした 2 回対称性が確認できます。さらに、各 5 母音における「F1 と F2 の周波数高さ」と「F1 と F2 の周波数差 (ΔF)」の傾向も、「生活声」と大きな違いは見出せませんでした。

さらに「い」の F1 と F2 の値から、3)式を用いて求めた中心周波数 F^* とその常用対数の値は以下の通りです。

「男声 110 Hz」の場合、 $F^* = 850 \text{ Hz}$; $\log_{10} F^* = 2.93$
 「男声 220 Hz」の場合、 $F^* = 998 \text{ Hz}$; $\log_{10} F^* = 3.00$
 「女声 220 Hz」の場合、 $F^* = 1024 \text{ Hz}$; $\log_{10} F^* = 3.01$

いずれの場合も中心周波数 F^* の値は 1000 Hz 前後であり、「生活声」との顕著な違いは確認できませんでした。

この実験結果から「生活声」と同様に「歌声」においても、F1 と F2 の周波数ならびにその分布が、「あ、え、い、う、お」の 5 母音を特徴づけていることを確認できました。

今回の実験では、「生活声」と「歌声」を聴くと明らかに差異がありますが、F1 と F2 の周波数とその周波数差 ΔF から両者の違いを特徴づけることはできませんでした。このことは、「生活声」と「歌声」の差や特徴は、第一フォルマントと第二フォルマントではなく、さらに高次のフォルマントが関わっていることを示唆しています。すなわち、「美しい声」にアプローチするためには、第三フォルマント以上の高次フォルマントの解析が必要であることがわかりました。

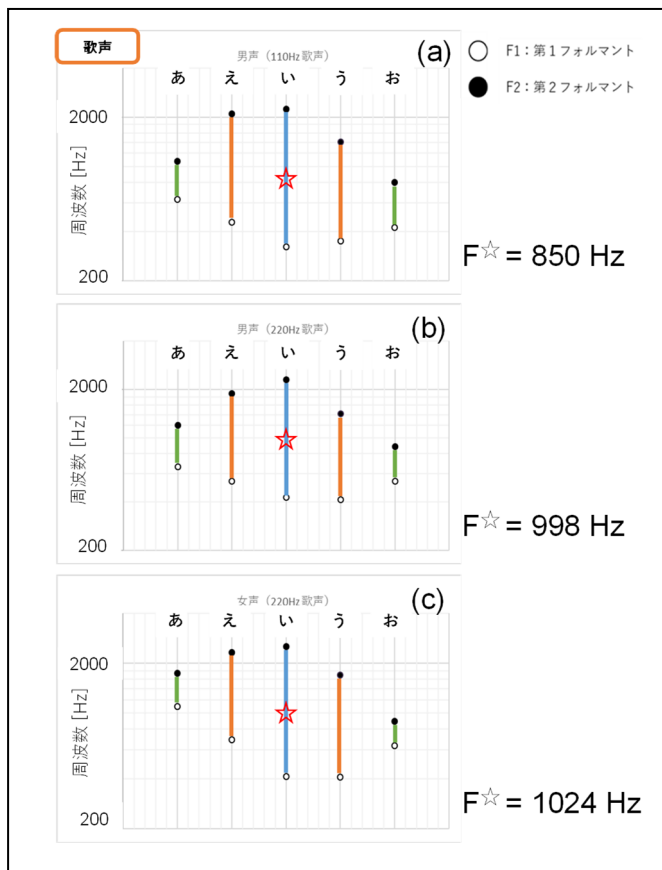


Figure 8. Distribution map of formant frequency in singing voice. (a) Male 110 Hz, (b) male 220 Hz, and (c) female 220 Hz.

音声データをフーリエ解析することにより日本語の 5 母音「あ」「え」「い」「う」「お」の特徴をまとめるとともに日常的な「生活声」と音楽的な「歌声」の違いについて検討しました。主な結果は以下の通りです。

(1) 「生活声」も「歌声」も F1 と F2 の周波数とその周波数差により、5 母音「あ」「え」「い」「う」「お」を区別していることを検証できた。この分析結果は先行研究と一致するものであり^{11,12)}、今回用いた計測システムとフーリエ解析を用いた方法で音声解析ができることがわかった。

(2) 「生活声」と「歌声」では、聴いた場合は明らかに違いがあるが、少なくとも F1 と F2 については大きな差は確認できなかった。「生活声」と「歌声」の数値的な差を検討するためには、より高次のフォルマント解析が必要である

ことがわかった¹⁵⁾。

(3) 同性の声(男声)で1オクターブ音高が違う場合(基音の周波数が倍の場合)、「い」のF1とF2から求めた中心周波数 F^* はいずれも1000 Hz程度で大きな差は認められなかった。

(4) 同じ音高で「男声」と「女声」比較した場合、いずれも中心周波数 F^* は1000 Hz程度であったが、総じて「女声」のフォルマント周波数の方が高い傾向にあった。

5. 歌唱におけるフォルマントの考察

5.1 旋律とフォルマント^{14,15)}

ここまで日本語の「あ、え、い、う、お」を扱ってきました。日本語はこの5種類の母音で構成されていますが、5種類というのは最も単純化された母音群であると報告されています^{11,12)}。他の言語の母音はもっと複雑です¹¹⁾。ラテン語やドイツ語の「a, e, i, u, o」は日本語の「あ、え、い、う、お」に近いといわれます²⁵⁾、例えばドイツ語ではさらに「ä」と「ö」と「ü」の3種類の母音が加わります²⁶⁾。

このように外国語は日本語に比べて複雑な母音体系を持つことが多いようですが、ここでは日本語の「あ、え、い、う、お」の5母音への近似を許してもらい「旋律における音高の変化」と「歌詞の母音に伴うフォルマントの周波数変化」を比較します。これまで解析してきた第一フォルマント(F1)と第二フォルマント(F2)を用いて、ミサの祈禱文で奏でられる旋律を検討してみましょう。ミサの祈禱文の冒頭に出てくる“Kyrie eleison”や“Gloria in excelsis Deo”はラテン語ですがカタカナ読みを許してもらい²⁵⁾、各々「キリエ エレイソン」と「グロリア イン エクセルシス デオ」として当該箇所の旋律とF1とF2のフォルマント周波数の推移を比較してみましょう。

図9(a)は“Kyrie eleison”の例です。旋律は“Giovanni Pierluigi da Palestrina”が作曲した“Missa Brevis”の“Kyrie”から採りました²⁷⁾。本来、ソプラノ・アルト・テノール・バスの混声4部合唱で歌われますが、ここではソプラノの冒頭のメロディを示し、当該箇所の直下に各母音のF1とF2を対数表示したものを示します。F1とF2の値は図8(c)に示した「女声の歌声(220 Hz)」から採りました。Kyrie eleisonの最後の「ソン」の母音は「お」ですが、冒頭からそこに至るまでの「キリエ エレイ」の母音は「い」と「え」で構成されています。「い」と「え」のF2は最も高い周波数領域あり、F1も5母音の中では比較的高周波に在ります。全体を見てみると、冒頭から高い周波数の倍音が続き、最後に低い倍音が響く構成になっています。旋律の音高は「キリエ エレイ」を通して、高い音で構成され、後半に低い音へと移り、最後の「ソン」の部分で一番低い音となっており、F1とF2の周波数推移とよく似ていることがわかります。

図9(b)に示した“Gloria in excelsis Deo”の旋律はグレゴリア聖歌の“Missa de Angelis”から採ったものです²⁷⁾。前出

の“Missa Brevis”などミサ曲における“Gloria”を演奏する際に冒頭でバリトンかテノールのソロで朗読されます。この場合、メロディは冒頭の「ド; Do; C」の音から始まり概ね単調な下降旋律となっています。一方、母音の倍音であるF1とF2は、当初「お」から始まるため、低い周波数から始まりますが、音楽が進むにつれて高周波へと移っていき、旋律の音高の移行とは逆の傾向になっています。さらに終盤になると“Deo”の「お」の低い周波数の倍音でまとまります。全体として中盤で高い倍音が響く構成となっており、単調に音高が下降するメロディとは異なっています。尚、図9(b)におけるF1とF2の値は図8(b)に示した「男声の歌声(220 Hz)」から採りました。

この2例のみでは「旋律の音(基準音)の流れ」と「F1とF2の推移」について詳細な議論はできませんが、基音の旋律とフォルマントの流れを比較し系統的に分類することは興味深いテーマです。

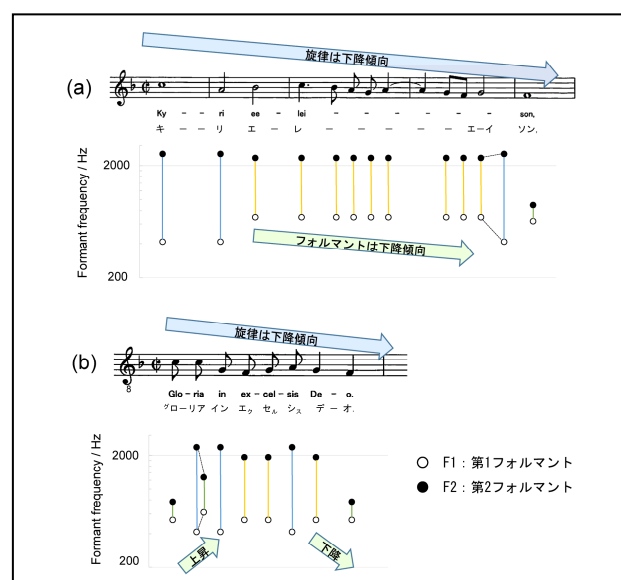


Figure 9. Melody and formant. (a) From “Kyrie in Missa Brevis” composed by Palestrina. (b) From “Missa de Angelis in Gregorian chant”.²⁷⁾

5.2 重唱における母音の重なり

合唱音楽では歌詞の異なる部分を重唱する場面が多くみられます。ここでは Felix Mendelssohn Bartholdy (1809~1847) が作曲した宗教音楽劇「オラトリオ エリヤ; “Oratorium Elias”」の中の第41曲“*Aber einer erwacht von Mitternacht*”の終盤(53小節以降)を取り上げます。このオラトリオは旧約聖書・列王紀にある預言者エリヤの物語です。前の曲までで主人公エリヤが嵐の中を天に帰り物語は終了し、41曲は物語を振り返りながらエリヤの功績を讃えつつ、神への讃歌である最終曲(第42曲)へ向かう部分です。歌詞は旧約聖書・イザヤ書41-25 “*Ich aber erwecke einen von mitternacht / und kömpt auffgang der sonne /*”からの援用と思われます²⁸⁾。それでは、この合唱曲における母音の重なりをフォルマントの解析から考察し

ましよう。対象となる楽譜を図 10 に²⁹⁾、歌詞を以下に示します³⁰⁾。

“Aber einer erwacht von Mitternacht.
Und er kommt vom Aufgang der Sonne.”

「一人の人が北の国で目を覚まし、
日の昇るところからやって来る。」

Figure 10. A part of the vocal score of “ELIAS” composed by Felix Mendelssohn Bartholdy.²⁹⁾ [EP 11347 © by C.F. Peters Corporation. All rights reserved. Used with kind permission.]

図 10 の 53 小節から 56 小節にかけての男声 4 部合唱は、同じ音符割の同じ歌詞を美しい和音でクレッシェンドと共に歌い上げ、女声 4 部合唱に引き継ぎます。女声合唱も同様に同じ音符割の同じ歌詞を美しい和音でクレッシェンドと共に盛り上げています。そのあとの 57 小節後半から 59 小節は混声 8 部合唱となり、さらに盛り上げて、次のエピローグの部分につないでいきます。

歌詞が交錯しているところに注目しましょう。この混声合唱に注目すると、57 小節から女声と男声で異なる歌詞を歌い始めています。さらに最も盛り上げるべき 58～59 小節においても「女声」は“Sonne”、「男声」は“Aufgang”と異なる母音で和音を奏でる構成となっています。58 小節は「女声は“o”が主体」で「男声は“a”が主体」です。“o”と

“a”を日本語の「お」と「あ」への近似を許していただき、図 8(a)～(c)のフォルマント分布図で F1 と F2 の周波数を確認しましょう。“o (お)”と“a (あ)”は、フォルマント分布図の 2 回対称性のペアの関係になっています。両者の F1 と F2 の周波数は比較的近く、しかも重なりが少ないことがわかります。これは大きな声で盛り上げるフォルテの部分に相応しい母音の組み合わせと考えられます。

次の 59 小節は「女声は“Sonne”の“e”が主体」で「男声は“Aufgang”の“a”が主体」です。ここでも“e”と“a”を日本語の「え」と「あ」へ近似し、図 8(a)～(c)のフォルマント分布図で F1 と F2 の周波数を確認してみましょう。58 小節の“o (お)”と“a (あ)”のペアに比べて、59 小節の“e (え)”と“a (あ)”の F1 と F2 のフォルマント周波数分布が高くかつ広がります。また、“a (あ)”の F1 と F2 が、“e (え)”の F1 と F2 の内側に位置しています。すなわち 58 小節から 59 小節にかけて、フォルマント倍音がより幅広くかつより高い周波数で鳴り響くことになります。

一方、最大限に盛り上げるなら同じ歌詞・同じ母音で混声 8 部合唱を構成した方が効果的と思われそうですが、ここではそうではありません。それは 58 から 59 小節部分がこのオラトリオ全体のファイナルではなくセミファイナルであり、エピローグを語り歌う 42 曲目への橋渡しの役目であるからだと思われます。つまりエピローグへと続くこの第 41 曲の合唱終盤部分は、進行するにつれて盛り上がる必要があるが、でも盛り上がりすぎずに、エピローグへと発展させる構成になっているように思われます。

6. まとめと今後の課題

この小文は「美しい声」で歌うために「母音」に焦点を当て、フーリエ変換を用いて母音の倍音群の解析を行いました。さらに各母音のフォルマントに注目し、合唱音楽の考察方法を模索しました。具体的には、採音した「生活声」と「歌声」の 2 種類の音声について、第一フォルマント (F1) と第二フォルマント (F2) を定量的に評価することで、5 母音の特徴を数理的に解析しました。さらに、「旋律とフォルマント」や「合唱や重唱における母音の重なり」をフォルマントの観点から考察しました。本研究で示した「フーリエ変換を用いた歌唱や重唱のフォルマント解析」は、新たな合唱音楽の解析手法を提起したと考えています。

今回は第一フォルマントと第二フォルマントを取り上げるだけで精いっぱいでしたが、さらに高次のフォルマントを用いると「ボーイソプラノとソプラノ」や「アルトとカウンターテノール」の違いなども解析できます¹⁵⁾。例えば「アルトとカウンターテノール」の場合は、第一、第二、第三フォルマントに大きな差異はありませんが、第四フォルマントはアルトの方がカウンターテノールより高い周波数であることが報告されています³¹⁾。今後は三次以上の高次のフォルマントを系統的に検討することで、「美しい歌声とはなにか」ということをさらに研究したいと思います。

本小文で取り上げたフーリエ変換は大学で初めて学び

ます。学生諸君にとって敷居が高い分野と思います。この小文が少しでも勉強の役に立てたら幸いです。

7. 謝辞

Oratorium Elias (図 10) の転載を許可していただいた C. F. Peters Corporation 様に深く感謝します。K. H. would like to thank C. F. Peters Corporation for permission to reproduce vocal scores of “Oratorium Elias (Fig. 10)”.

本研究は「コニカミノルタ科学技術振興財団研究奨励金」の支援を受けて行いました、心から感謝申し上げます。また、本研究は文部科学省科学研究費補助金[基盤研究(C)課題番号 20K05654]の支援を受けました、ありがとうございました。

実験を遂行するにあたって東京工芸大学アカペラ部の学生諸君に大変お世話になりました、心から感謝します。この研究には本学の准教授である森山剛先生のアドバイスは必須でした、心から御礼申し上げます。研究推進において指揮者・松村努先生(フェリス女学院大学講師)ならびに声楽家・斎藤三和子先生に啓発されることが多々ありました。深く感謝いたします。

この小文をまとめるにあたり、トランスナショナルカレッジオブレックス様が著された参考文献 11)「フーリエの冒険 新装改訂版」を参考にさせていただきました。心から御礼申し上げます。

参考文献

- 1) 小口武彦, 比企能夫, 三宅哲, *物理学C (波動・熱学)*, 槇書店, pp. 1-68 (1984).
- 2) 金原寿郎編, *基礎物理学 上巻*, 裳華房, pp. 197-214 (1963).
- 3) 石桁真礼生, 末吉保雄, 丸田昭三, 飯田隆, 金光威和雄, 飯沼信義, *新装版 楽典 理論と実習*, 音楽の友社 (2001).
- 4) Sandy Feldstein, *Practical Theory Complete*, Alfred Publishing, Van Nuys, pp. 32-41 and pp. 59-70 (1998).
- 5) Imogen Holst, *Das ABC der Music. Grundbegriffe, Harmonik, Formen, Instrumente*, Philipp Reclam jun. GmbH & Co. KG (Reclam Universaal-Bibliothek Nr. 18681), Stuttgart, pp. 13-31 (1963).
- 6) 小橋稔, *楽典*, ドレミ出版社 (1980).
- 7) 青島広志, *クラシック音楽をもっと楽しむ やさしくわかる楽典*, 日本実業出版社 (1980).
- 8) 小方厚, 高田拓人, 中川響, 山本勇貴, *視て聴くドレミ—フーリエ音楽学への招待—*, 大阪大学出版, pp. 1-80 (2013).
- 9) 早坂寿雄, *楽器の科学*, 電子情報通信学会, pp. 24-86 (1992).
- 10) 大蔵康義, *音と音楽の基礎知識*, 国書刊行会, pp. 103-109 (1999).
- 11) トランスナショナルカレッジオブレックス編, *フーリエの冒険 新装改訂版*, 言語交流研究所 ヒッポファミリークラブ, pp.1-165 (2013).
- 12) 田村俊一, 猿渡景子, 村田幹雄, *ホルマントパターンに見る日本語5 母音の秩序*, 電子情報通信学会論文誌 A, **J74-A**, 570-573 (1991).
- 13) 川原繁人, *岩波科学ライブラリー244 音とことばのふしぎな世界*, 岩波書店, pp. 1-107(2015).
- 14) レイ・D・ケント/チャールズ・リード (荒井隆行/菅原勉監訳), *音声の音響分析*, pp. 1-213 (1996).
- 15) Johan Sundberg (榊原健一監訳), *歌声の科学*, 東京電機大学出版局, pp.1-218 (2007).
- 16) Jean Baptiste Joseph Fourier, Baron de, *Théorie analytique de la chaleur*, Jaques Gabey (1822). ジョゼフ フーリエ [西村重人 (訳)・高瀬正仁 (監訳・解説)], *フーリエ 熱の解析的理論*, 朝倉書店 (2020).
- 17) 中島さち子, *音楽から聴こえる数学*, 講談社, pp. 160-162, 110-116 (2018).
- 18) 石村園子, *フーリエ解析*, 東京図書, pp. 117-205 (1996).
- 19) 竹内淳, *高校数学でわかるフーリエ変換*, 講談社ブルーバックス, pp. 117-205 (2009).
- 20) “フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』”, 「フーリエ級数」の項 (2021年2月24版) から一部を転載.
- 21) Thomas C. Farrar, Edwin D. Becker, *Pulse and Fourier Transform NMR. Induction to Theory and Methods*, Academic Press, New York and London, pp. 2-33 (1971).
- 22) R. M. Silverstein, G. C. Bassler, T. C. Morrill (荒木峻/益子洋一郎/山本治 訳), *有機化合物のスペクトルによる同定法 第4版*, 東京化学同人, pp. 90-167 (1983).
- 23) 平岡一幸, *合唱音楽における音律の数理科学*, 東京工芸大学工学部紀要, Vol. 41 No. 1, 1-8 (2018).
- 24) 小川智哉, *結晶物理工学 (応用物理学選書1)*, 裳華房, pp. 1-58 (1976). ISBN 978-4-7853-2501-5.
- 25) 三ヶ尻正, *ミサ曲・ラテン語・教会音楽ハンドブック*, (株) ショパン, p. 134 (2011). ISBN 978-4-88364-147-5.
- 26) 三浦鞠郎, *優しいドイツ文法の手引き*, p. 8, 郁文堂出版 (1967).
- 27) パレストリーナ作曲 (小泉功 編集・解説), *ミサ・ブレヴィス*, カワイ出版, pp. 1-5, pp. 6-9 (1976).
- 28) *die Biblia - Die Luther-Bibel von 1534: Vollständiger Nachdruck*, Taschen GmbH, Köln. ISBN 978-8635-4186-2.
- 29) C. F. Peters Corporation 社の *Edition Peters Nr. 11347, ELLIAS Ein Oratorium nach Worten des Alten Testaments Fur Soli, Chor und Orchester; Opus 70 von Felix Mendelssohn Bartholdy, Klavierauszug/ Vocal Score* の 207 ページから転載しました.
- 30) 訳詞は “*音楽の森 メンデルスゾーン: エリヤ (國井健 宏 訳)*”; <http://pacem.web.fc2.com/lyrics/mendelssohn/elias.htm> から転載しました.
- 31) K. Ågren, J. Sundberg, *An acoustic comparison of alto and tenor voices*, *J. Research in Singing*, **1** (1978) 26-32.