

量子エンタングルメントと量子光リソグラフィー

江崎 ひろみ ^{*1}

Quantum entanglement and quantum optical lithography

Hiromi Ezaki ^{*1}

Quantum optical engineering such as quantum cryptography, quantum computing, quantum teleportation, is remarkably developed in the last few decades. The key concept of these developments is quantum entanglement. In this paper, first quantum entanglement is briefly explained, and then quantum optical lithography is described as an application of quantum entanglement.

はじめに

近年、量子効果を利用した情報技術は目覚ましい発展を遂げている。使用する媒体は光や電子、原子など様々だが、特に、光は通信、計測、加工などの面において、現在の情報技術の中核を占めている。量子情報技術は量子効果を利用することにより、古典力学を超えた性能を実現する技術であるが、そこで鍵となるのが量子エンタングルメントである。本論文では、まず量子エンタングルメントについて簡単に説明し、次に光子のエンタングルメントの応用例として、量子リソグラフィーについて解説する。

量子エンタングルメント

量子エンタングルメントとは複数の独立した状態の直積では表せない状態である。例えば、スピン 1/2 をもつ 2 つの粒子 A, B が全体として一重項状態

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B - |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B) \quad (1)$$

にあるものや、2 つの光子 A, B に対して、水平偏光、垂直偏光を $|H\rangle$ 、 $|V\rangle$ としたとき、

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_A |V\rangle_B + |V\rangle_A |H\rangle_B) \quad (2)$$

という状態が挙げられる。しかし、量子エンタングルメント状態とは、2 つ以上の系の波動関数または密度行列が、それぞれ単独の状態の直積では表されないものをいい、(1)や(2)の状態に限らず、もっと広い概念である。実際、様々

な物理量に対する量子エンタングルメントが実現されている。量子エンタングルメントの重要な性質が量子相関と非局所性である。量子相関とは、例えば(1)の状態において、粒子 A のスピンを測定したとき、スピンの上向きの結果が得られたとすると、瞬時に粒子 B のスピンは測定しなくても下向きと決まることを言う。この量子相関は 2 つの粒子を遠く離れた場所に送っても維持され、一方の状態を測定すると、他方の状態は瞬時に決まることになる。これが量子相関の非局所性である。量子エンタングルメント状態がもつこれらの性質は古典力学では実現できないものであり、これを利用することにより、量子コンピュータ、量子暗号、量子テレポーテーションなどのいわゆる量子情報技術が実現されている。

量子干渉

前節で述べた量子エンタングルメント状態は様々な手法で生成することができるが、その一つがビームスプリッター(BS)を利用する方法である。ここでは、BS による量子エンタングルメント生成について述べ、次節ではそれを量子リソグラフィーへ応用する。

2 つの粒子が図 1 のような 50%-50%BS に同時に入射して散乱される場合を考えよう。

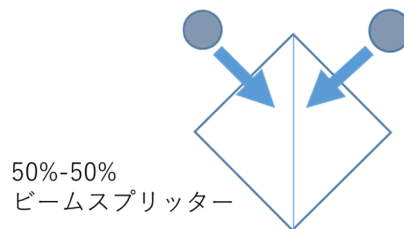
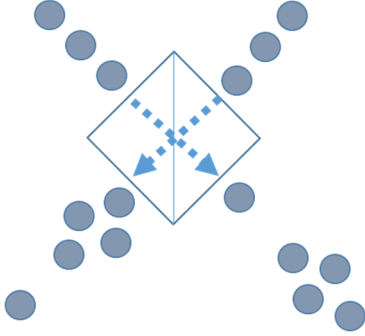


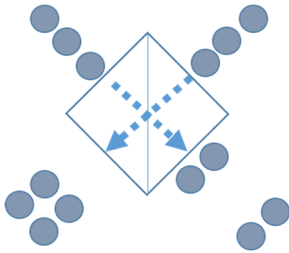
図 1. BS への 2 粒子入射

^{*1} 東京工芸大学工学部工学科情報コース教授
2024 年 9 月 19 日 受理

(a) 古典粒子



(b) ボソン



(c) フェルミオン



図 2. 古典粒子、ボソン、フェルミオンの散乱特性。

量子力学では、同種粒子は区別できないので、粒子 1 が、位置 r_A にいて、粒子 2 が位置 r_B にいる状態と粒子 1 が位置 r_B にいて粒子 2 が位置 r_A にいる 2 つの状態は区別ができない。このような状態は量子論では

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|1, r_A\rangle|2, r_B\rangle \pm |1, r_B\rangle|2, r_A\rangle) \quad (3)$$

のように表される。ボソンについては対称化された波動関数が要請されるのでプラス符号となり、フェルミオンにつ

いては反対称波動関数となるためマイナス符号となる。そこで、図 1. に示されるように 2 つの同種粒子を 50%-50% ビームスプリッターに同時に入射させると、古典粒子、ボソン、フェルミオンで異なる振る舞いを示す。古典粒子では、2 つの粒子は識別できるので、ランダムに透過、反射を行う (図 2.(a))。BS の出力の右と左に 1 つずつ粒子が出る確率を $P(1,1)$ 、右に 2 つの粒子、左に 2 つの粒子が出る確率をそれぞれ $P(2,0)$ 、 $P(0,2)$ とすると、古典粒子では、

$$P(1,1) = \frac{1}{2}, P(2,0) = P(0,2) = \frac{1}{4} \quad (4)$$

となる。一方、ボソンやフェルミオンでは、 $P(1,1)$ は 2 つの粒子が共に透過したのか、共に反射されたのか区別できないため、その確率振幅の足し合わせとなる。ボソンでは、

$$P(1,1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \quad (5)$$

となり、フェルミオンでは、

$$P(1,1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1 \quad (6)$$

となる。(5)式、(6)式の最初の項は 2 つの粒子が共に透過した項を表し、後の項は 2 つの粒子が共に反射した項を表している。反射した項に負符号がついているのは、BS の散乱行列のユニタリー性からきているが、物理的には一方の入射が、屈折率が小さな物質から大きな物質への入射となり、その反射のみ符号が反転した (固定端反射) と考えることができる。(6)式の括弧の中の負符号はフェルミオンの波動関数の反対称化(3)式からきている。このように、ボソンでは 2 つの粒子が共に透過する確率と共に反射する確率は等しく、符号が逆であるために打ち消し合う量子干渉が起こり (図 2.(b)) フェルミオンでは 2 つの粒子が共に透過する確率と共に反射する確率は強め合う量子干渉が起こる (図 2.(c))。次節では、この量子干渉を利用した量子リソグラフィーを紹介する。

量子リソグラフィー

集積回路はほとんどがリソグラフィーによって作成されており、回路の集積度を上げるためにさらなる微細化が求められている。そこで、前節の量子干渉を利用して古典限界を超えた解像度のリソグラフィーが提案された。図 3. に Boto らが提案した方法を示す¹⁾。PS は位相差を生じ

る素子、Mはミラー、Sは基板である。同時発生した2光子が2つの入射ポートA, Bに1つずつ同時に入るようにすると、先に述べたように、BSの出力ポートA'、B'ではエンタングル状態が生じる。 $|\Psi\rangle = |1_A\rangle|1_B\rangle$ が入射する状態、

\hat{a} 、 \hat{b} が入射ポートでの消滅演算子、 \hat{c} 、 \hat{d} が出射ポートでの演算子とすると、

$$\begin{pmatrix} \hat{c} \\ \hat{d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & i \\ i & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix} \quad (7)$$

となる。 $\hat{e} = \hat{c} + \hat{d}$ とすると、2光子同時吸収反応の演算子は $(\hat{e}^\dagger)^2 (\hat{e})^2 / 2!$ であるので、

$$\langle \Psi | \frac{(\hat{e}^\dagger)^2 (\hat{e})^2}{2!} | \Psi \rangle = 1 + \cos 2\varphi \quad (8)$$

が得られる。すなわち、古典的な干渉パターン $1 + \cos \varphi$ の2倍細かなパターンが得られ、超解像が実現される。物理的には、BSによって $|2_{A'}\rangle|0_{B'}\rangle + |0_{A'}\rangle|2_{B'}\rangle$ のエンタングル状態が作られるが、これは2つの光子があたかも1つの光子のように振舞っていることを意味し(図2(c))、そのため、エネルギーは2倍、すなわち波長は半分となって、2倍細やかな干渉パターンを作っていると理解できる。

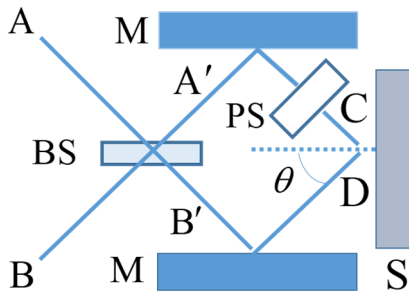


図3. Boto らの方法

しかし、Boto らの提案には致命的な欠点がある。実際の露光を考えると、光量を非常に強くしなければならないが、そうすると、 $|\Psi\rangle = |1\rangle_A |1\rangle_B$ だけでなく、 $|\Psi'\rangle = |N\rangle_A |N\rangle_B$ のような状態が生じ、

$$\langle \Psi' | \frac{(\hat{e}^\dagger)^2 (\hat{e})^2}{2!} | \Psi' \rangle = \frac{N}{2}(5N-3) + \frac{N}{2}(N+1)\cos 2\varphi$$

となって同一入射光子数が大きくなるとコントラストの低下を招くことがわかる。逆に、光量を絞って同時に1光子のみが干渉するようにすると、露光時間は天文学的となり、実際的ではない。

そこで、著者は図4に示すような光量的に実現性のある超解像技術を提案した²⁾。偏光依存性のある2光子吸収レジストを用いることにより、入射光がコヒーレント光でも1回露光で超解像を達成する方法である。紙面内の偏光をH偏光、紙面に垂直な偏光をV偏光として区別する。入射状態は $|\Psi\rangle = |\alpha_H, \alpha_V\rangle_A |0_H, 0_V\rangle_B$ であり、一方のポートからのみコヒーレント光を入射する。偏光依存の消滅演算子を考えると、(7)式を参照して、

$$\hat{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_V - i\hat{b}_H)e^{i\varphi}, \hat{d} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-i\hat{a}_H + \hat{b}_V) \quad (10)$$

を得る。

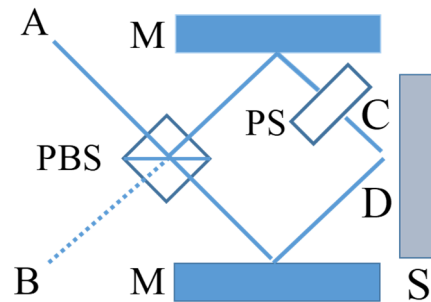


図4. 著者の方法

2光子吸収反応が偏光依存性を持ち、吸収の遷移過程において分子内の角運動量の変化がないと仮定すると、遷移則から、同一方向からの左右反対回りの円偏光の光子を一つずつ吸収するか、反対方向からの左右同一回りの円偏光の光子を一つずつ吸収するかのどちらかで反応する。これらの消滅演算子は

$$\hat{c}_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{c}_H \pm i\hat{c}_V)e^{i\varphi}, \hat{d}_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{d}_H \pm i\hat{d}_V) \quad (11)$$

のように表される。同一方向からの反対回りの光子を吸収する場合には、反応強度は

$$I = \langle \Psi | (\hat{c}_+ \hat{c}_- + \hat{d}_+ \hat{d}_-)^{\dagger} (\hat{c}_+ \hat{c}_- + \hat{d}_+ \hat{d}_-) | \Psi \rangle \quad (12)$$

$$= \frac{1}{4} (|\alpha_H|^4 + |\alpha_V|^4) - \frac{1}{2} \text{Re}(\alpha_H^2 \alpha_V^{*2} e^{-2i\phi})$$

と表される。 $\alpha_H = \alpha_V = \alpha$ ならば、

$$I = \frac{|\alpha|^4}{2} (1 - \cos 2\phi) \quad (13)$$

となって、超解像がコヒーレント光で達成される。一方、反対方向からの同一回りの光子を吸収する場合には、

$$I = \langle \Psi | (\hat{c}_+ \hat{d}_+ + \hat{c}_- \hat{d}_-)^{\dagger} (\hat{c}_+ \hat{d}_+ + \hat{c}_- \hat{d}_-) | \Psi \rangle = 0 \quad (14)$$

となり、反応は起きない。結局、(13)式と(14)式の合計として超解像が得られる。Boto らの提案と異なり、コヒーレント光であるため、照度は十分に高くすることができる。また、実際にこのような2光子吸収反応が起こることが CuCl 結晶で観測されており³⁾、レジストでもその可能性はあると考えられる。

(12)式には H 偏光と V 偏光の干渉項があり、これが超解像を生じている。この物理的な意味は図 5 に示すように、H+H 光子で反応したときに作られる励起状態の電子の波動関数と V+V 光子で反応したときに作られる波動関数の干渉と考えることができる⁴⁾。H 偏光と V 偏光の位相差が ϕ 変化すると、2光子吸収なので、 2ϕ の位相差が励起された波動関数に生じる。このように、偏光依存2光子吸収レジストのために、2つの光子が一緒になって2倍の振動数を持った1つの光子のように振舞い、 2ϕ の位相差が生じて超解像が生じると考えることができる。

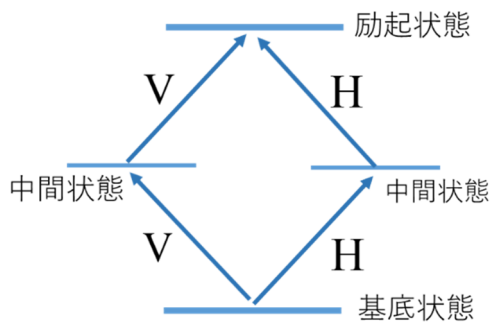


図 5. 電子状態の遷移の様子

遷移のパリティ保存から H 偏光光子または V 偏光光子を 1 つ吸収した中間状態は異なる状態でなければならないが、図 6 に示すような波動関数であれば、2 つ目の光子を吸収した励起状態が一致することはあり得るだろう。

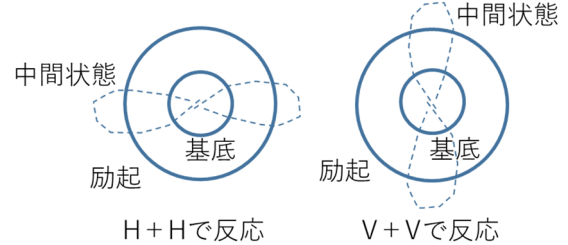


図 6. 電子の波動関数の模式図

終わりに

量子エンタングルメントは量子力学特有の状態であり、古典的には決して実現できないものである。このような状態を用いることにより、古典力学の限界を超えた量子情報処理が近年急速に発展してきている。本論文では、量子エンタングルメントの応用例として量子リソグラフィーを紹介した。Boto らの提案では $|2_A\rangle|0_B\rangle + |0_A\rangle|2_B\rangle$ というエンタングルメントを用いているが、光子2つ以上のエンタングルメント $|N_A\rangle|0_B\rangle + |0_A\rangle|N_B\rangle$ ($N \geq 2$)、いわゆる NOON 状態を用いれば、N 倍の超解像が得られる。実際に、 $|4_A\rangle|0_B\rangle + |0_A\rangle|4_B\rangle$ などのエンタングルメント状態の生成が実験的に報告されている⁵⁾。

著者は、より実用的な方法として、コヒーレント光を用いて超解像を実現する仕組みを提案した。この方法は照度を十分に高くすることができるため、露光時間も現状と同程度で済む。しかしながら、実用上の大きな問題は高効率の2光子吸収材料が見つからないことである。多光子吸収についての量子光学的研究はまだ不十分であり、材料工学と併せた今後の発展が強く望まれる。

参考文献

- 1) A. N. Boto, et. al, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 2733.
- 2) H. Ezaki and M. Shibuya, Nonlinear Optics, **32**(2005)211.
- 3) M. Ueta et. al, “Extonic Processes in Solids” Springer Series in Solid-State Sciences, 60 (1986, Springer, Berlin)
- 4) A. Tomita, Phys. Lett. **A282** (2001) 331.
- 5) T. Nagata, R. Okamoto, J. L. O’Brien, K. Sasaki and S. Takeuchi, Science 316 (2009) 483.