

長期常時微動観測による鉄筋コンクリート造中層建物の振動特性

金 容徹*

Vibration characteristics of 4-story reinforced concrete middle-rise building through long-term measurement of ambient vibration

Yong Chul KIM*

The exact evaluation of vibration characteristics of buildings is generally very difficult and appears to be of important in the safety and habitability/serviceability design of buildings. Vibration characteristics were determined by the natural frequencies and damping ratio, and when compared to an estimation of the natural frequencies, the damping ratio is the most difficult quantity to evaluate. In many cases, vibration characteristics can be examined through the measurement of an ambient vibration, but the measurement is roughly limited within 2 hours. In the present study, characteristics of natural frequencies and damping ratio of 4-story reinforced concrete building were investigated through long-term measurement of the ambient vibration. One-month-long ambient vibration data were used, and time histories of free vibration were obtained using random decrement technique. Using the time histories, damping ratios were evaluated by three methods including the envelop function, continuous wavelet transform, and logarithmic decrement. It was found that although the natural frequencies show little variations on each measurement, the damping ratios show variations with time and the largest damping ratios were obtained from the continuous wavelet transform, while those from the envelop function showed the smallest value.

1. はじめに

建物の耐震診断及び(超)高層建物の耐風性能や居住性・使用性の評価は、見積もられた減衰定数によって大きく影響される。建物の減衰定数は固有振動数とモード形状と並び建物の振動特性を決定する重要なパラメータの一つであり、振動特性に基づいて建物の健全性を評価する際にはこれらを総合的に用いて行う必要がある。更に制振装置の設計においても、建物そのものの減衰定数がどのような値であるかによって、その効果や制振装置に要求される性能が異なってくるので、建物の減衰定数を正しく見積もることは極めて重要である。

しかし、減衰定数については同定の不安定性やメカニズムの複雑さより理論的に減衰定数を見積もる方法がないため、主に観測データに頼っており、常時微動観測により得られたデータを用いることが多い。常時微動観測の場合、大概 30 分程度を一つの観測とし、それを 3~4 回繰り返すことが多い¹⁾。観測結果によると、建物の固有振動数は大きなバラツキを示さないものの、減衰定数はバラツキが非常に大きく、変動係数が 90%に近い場合もあり²⁾、定量的な議論は難しい。

観測により得られたデータを用いて減衰定数を見積もる方法として、利用するデータに着目すると常時微動データや風応答データ及び地震応答データのように日常生

活や自然現象が原因で発生する振動を観測する方法と加振機や人力加振の様に人工的に発生させた振動を観測する方法がある。評価手法に着目すると振動数領域で定義された関数、例えばスペクトルなど、を用いる方法と時間領域で定義された関数、例えば Random Decrement technique (以下、RD 法)による RD 波形を用いる方法がある。スペクトルを用いる場合、データの定常性がかなり厳密に要求されるなど、いくつか固有の問題がある⁴⁾。これに対して RD 法はスペクトル計算などの手間は必要なく、単に常時微動や風応答及び地震応答などのランダムな時刻歴波形があれば、簡単にかつ精度良く減衰定数を評価することができる。また、時刻歴波形が必ずしも連続したものである必要はなく、振幅依存性のある場合でも、応答レベルごとにデータを選択利用することにより、振幅依存性などの検討もできる。

本研究では鉄筋コンクリート造の 4 階中層建物を対象に、長期間観測された常時微動データを用いて固有振動数と減衰定数を検討した。固有振動数はスペクトルより、減衰定数は RD 法より得られた RD 波形より求めた。減衰定数の評価において、RD 波形は基本的に自己相関関数であるが、これが自由振動波形と一致すると仮定して、減衰曲線の包絡線とウェーブレット変換及び対数減衰法を用いて減衰定数を評価し、減衰定数の特性及び評価手法の違いによる減衰定数の相違を明らかにした。

* 東京工芸大学 工学部 建築学科 准教授
2018年3月26日 受理

2. RD 法について

2-1. 基本的な考え方

RD 法は減衰定数を求めるときによく使われる方法であり、1960 年代末に Cole により提案⁵⁾されてから建築・土木分野をはじめ様々な分野で適用されている。RD 法の基本的な考え方は特定の初期値 (時刻歴波形の標準偏差またはその倍数) で定義されたサンプル曲線のアンサンブル平均 (以下、RD 波形) が自己相関関数と一致することを用いることであり、さらに建物の応答が定常ガウス過程であれば RD 波形は自由振動波形と一致するので、自由振動実験と同等の結果を得ることができる。

ランダム荷重による建物の応答 X_{total} は式(1)のように初期値による応答 X_{init} とランダム荷重による応答 X_{rand} に分けて考えることができる。特定の初期値より求めた多数のサンプル曲線をアンサンブル平均することによりランダム荷重による応答 X_{rand} は消え ($\sum X_{rand} = 0$)、初期値に対応する応答 X_{init} のみが残る。図 1 に初期値として初期変位を与えた時のサンプル曲線とそれらを平均した曲線 (RD 波形) の一例を示す。観測されたデータの種類 (変位または加速度) と関係なく、RD 法は適用できる。

$$X_{total} = X_{init} + X_{rand} \approx X_{init} \text{ (RD 波形)} \quad (1)$$

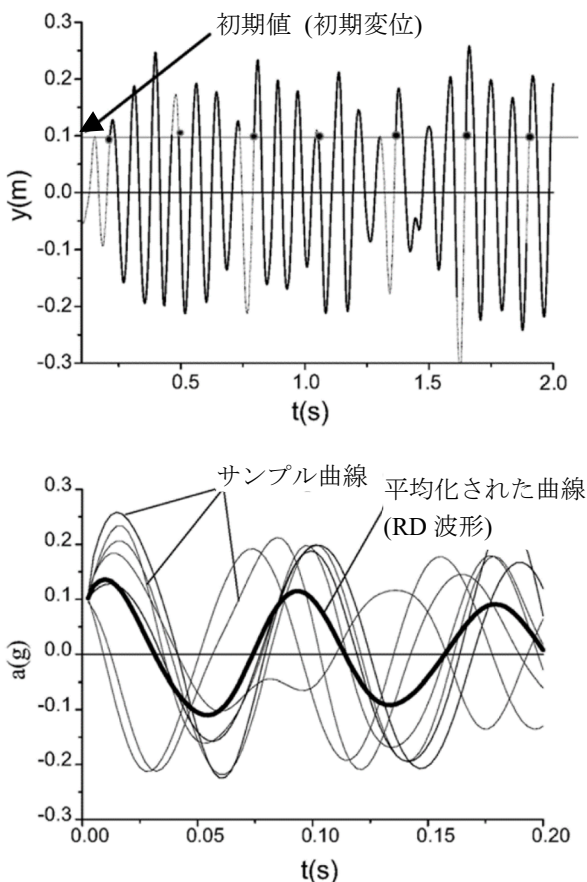


図 1. RD 法による RD 波形の抽出 (初期変位の場合)⁶⁾

2-2. RD 法へ影響を与えるパラメータ

RD 法により減衰定数を評価する際、減衰定数に影響を与える主なパラメータを以下に示す。

1) バンドパスフィルター幅

一般的にバンドパスフィルター幅が広い場合は対象とする振動モード以外の成分の影響が RD 波形に含まれるため減衰定数は過大評価され、バンドパスフィルター幅が狭い場合は過小評価される。

2) 減衰定数の評価に用いられるサイクル数

建物屋上で観測された常時微動データは定常性が保たれると仮定できるため、RD 波形のサイクル数を 10 波程度まで使っても大きな影響はないが、定常性が弱く観測されたデータが短い場合は少ない波数から RD 波形は乱れることが多いため、サイクル数が多ければ多いほど減衰定数は過大評価され、少なければ過小評価される。

3) 初期条件の設定方法

観測されたデータが変位の場合、初期条件を設定する代表的な方法を式(2)に示す。前述のように特定振幅以上の値を用いることにより非線形システムへ適用できると共に振幅依存性も評価できる長所がある。

i) 正のレベルクロッシング

$$X_{init} = \{X_{disp} = a\} \quad (2a)$$

ii) 特定範囲内の正值

$$X_{init} = \{a \leq X_{disp} < b\} \quad (2b)$$

iii) 正の勾配を持つゼロクロッシング

$$X_{init} = \{X_{disp} = 0, X_{vel} > 0\} \quad (2c)$$

iv) 一定振幅内に定義された正の極値

$$X_{init} = \{a \leq X_{disp} < b, X_{vel} = 0\} \quad (2d)$$

v) 特定振幅で定義された正の極値

$$X_{init} = \{X_{disp} = a, X_{vel} = 0\} \quad (2e)$$

ここで、 X_{disp} と X_{vel} は初期変位と初期速度を表し、 a と b は任意の正数である。式(2)において正は負として置き換えることができ、正の条件で定義されたサンプル曲線と負の条件で定義されたサンプル曲線を同時に用いることにより、RD 波形の信頼性を高めることができる。

RD 法を適用する際、初期条件で用いられる a と b をどのように設定するかが重要である。 a と b が小さい場合、サンプル曲線の数が増えるためそれらを平均すると、きれいな RD 波形を求めることができるが、ノイズが完全に除去されない。このため、一定数以上のサンプル曲線が確保できると共にノイズも除去できるように初期値を設定しなければならない。一般的に a は標準偏差またはその倍数を、 b は ∞ を用いる場合が多い。

本研究では式(2a)を用いた。固有振動数の約 $0.7f_x$ or $\gamma \sim 1.15f_x$ or γ のバンドパスフィルターを施した後、最適化理論により定義された初期値⁷⁾ $a = 1.414\sigma$ を用いてサンプル

曲線及び RD 波形を求めており、アンサンブル平均に用いたサンプル曲線の数 は 2000 個以上である。ここで σ は時刻歴波形の標準偏差である。

3. 減衰定数の算定方法

以下に示す3つの方法で減衰定数を求めた。

まず、RD 波形のピーク値を用いて、式(3)で定義された減衰曲線の包絡線を用いて減衰定数を求めた。

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t} \quad (3)$$

ここで、 ω と ζ は固有円振動数 ($\omega = 2\pi f$) と減衰定数であり、最小二乗法により RD 波形のピーク値と最も類似な回帰曲線を求めることで減衰定数を評価した。

次は RD 波形をウェーブレット変換して減衰定数を求めた⁵⁾。振動数軸のみに展開して時間の情報が含まれないフーリエ変換とは違い、ウェーブレット変換は観測された時刻歴波形を振動数軸と時間軸に同時に展開することができる。ウェーブレット変換の基本となる波の大きさ (scaling, 振動数特性の変化) を変えたり、時間軸上に移動 (translation, 時間特性の変化) させたりすることにより、振動数別の特性を時間ごとに分析できる長所がある。本研究では基本となる波として Morlet 波 (式(4)と(5)) を使用し、式(6)のようにウェーブレット変換を行った。

$$\varphi(t) = \pi^{-1/4} e^{-t^2/2} e^{i\eta_0 t} \quad (4)$$

$$s = \eta_0 / \omega \quad (5)$$

$$Wx(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \varphi^* \left(\frac{t-\tau}{s} \right) dt \quad (6)$$

ここで、 τ と s は波の移動 (translation) と大きさ (scaling) を表す変数で、 φ^* は複素数 φ の共役複素数である。ウェーブレット変換の結果は複素数である。

建物の固有振動数が分かっている場合、ウェーブレット変換を用いて減衰定数を評価することは簡単である⁸⁾。例えば、 $x(t)$ をある建物の自由振動波形とする。建物の固有振動数において特定時刻 t_i におけるウェーブレット変換係数の絶対値 ($|Wx(t_i, f_{X \text{ or } Y})|$) は自由振動波形の同じ特定時刻における振幅 ($x(t_i)$) と比例するため (式(7)), 減衰定数は式(8)と(9)より求めることができる。

$$x(t_i) = K |Wx(t_i, f_{X \text{ or } Y})| \quad (7)$$

$$\delta = \frac{1}{m} \ln \frac{|Wx(t_i, f_{X \text{ or } Y})|}{|Wx(t_i + mT_{X \text{ or } Y}, f_{X \text{ or } Y})|} \quad (8)$$

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (9)$$

ここで、 $x(t_i)$ は特定時刻 t_i における自由振動波形の振幅、 K は比例係数、 $|Wx(t_i, f_{X \text{ or } Y})|$ は建物の固有振動数 $f_{X \text{ or } Y}$ において、特定時刻 t_i におけるウェーブレット変換の絶対値、 m は任意の整数、 $f_{X \text{ or } Y}$ と $T_{X \text{ or } Y}$ は建物の固有振動数と固有周期、 ζ は減衰定数である。即ち、ウェーブレット変換を用いる場合は観測データより建物の自由振動波形を予め求めておく必要がある。

最後に、式(10)に示す対数減衰法を用いて減衰定数を求めた。

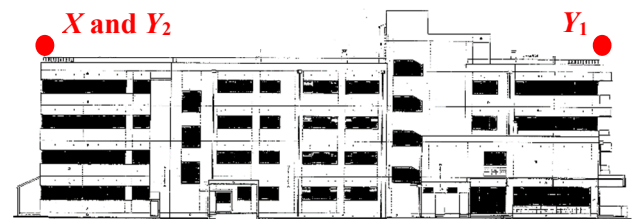
$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \left(\frac{X_i}{X_{i+j}} \right) \quad (10)$$

ここで、 j はサイクル数、 X_i と X_{i+j} は時刻 t_i と t_{i+j} のピーク値である。

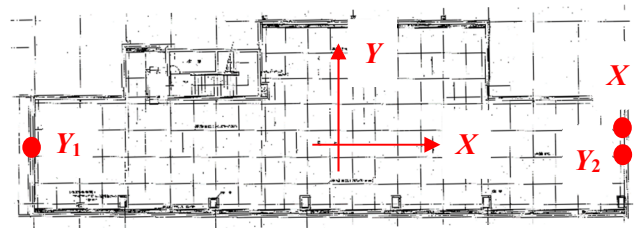
4. 観測建物

図 2 に観測した建物を示す。観測建物は地上 4 階の鉄筋コンクリート造の中層建物であり、建物の屋上に設置した加速度計より長辺及び短辺方向の加速度を観測した。図 2(a)に観測建物の外観を、図 2(b)に屋上に設置した加速度計の位置を示す。建物の長辺方向を X 軸、短辺方向を Y 軸として、長辺方向には一つの加速度計を、短辺方向には二つの加速度計を設置した。加速度計はサーボ型加速度計であり、基本仕様を表 1 に示す。観測時の加速度計のサンプリング周波数は 200Hz とした。

観測は毎時定刻から 10 分間を行い、一つのファイルとして保存できるように設定した。すなわち、一日に観測さ



(a) 北側からの観測建物の外観 (立面)



(b) 加速度計の設置位置 (屋上平面)

図 2. 観測建物 (4 階鉄筋コンクリート造)

れた 10 分データは 144 (24×6) 個であり、データ解析に用いた観測期間は 2017 年 4 月 1 日 0 時から一ヶ月の間で、計 4,320 (144×30) 個の 10 分データを対象とした。

表 1. サーボ型加速度計の基本仕様

model	servo-accelerometer AS-301C1W5
measurement frequency	~ 250Hz
measurement range	± 2000gal
sensitivity	5mV/gal
allowable maximum acceleration	30G (within 0.1s)
mass	about 250g

データ解析の流れを図 3 に示す。観測されたデータに 0.1Hz ~ 50Hz のバンドパスフィルターをかけた後、パワースペクトルより長辺と短辺方向の固有振動数 (f_x と f_y) を求めた。その後、各方向の固有振動数を挟むバンドパスフィルターを再度かけ、固有振動数成分に相当する時刻歴波形を抽出した。この時刻歴波形に前述した RD 法を適用して RD 波形を求めてから減衰定数を評価した。

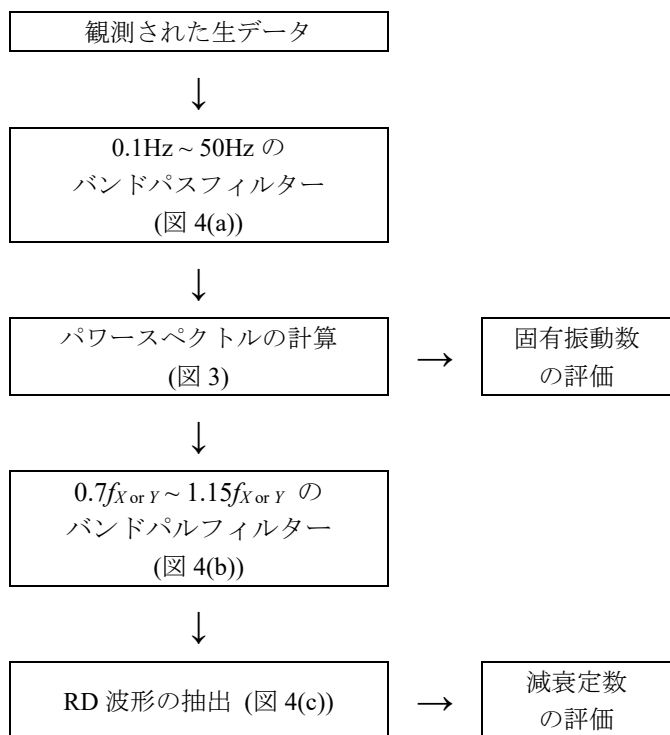


図 3. データ解析の流れ

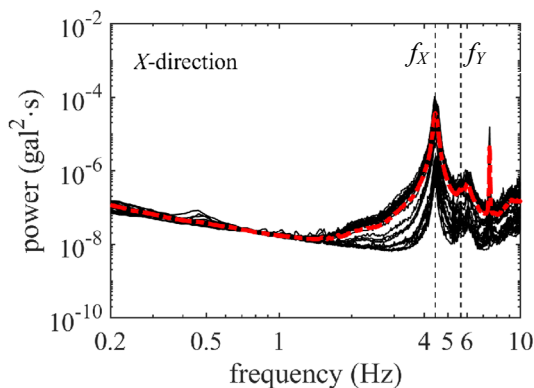
本研究では建物屋上で観測された常時微動データを用いて減衰定数を評価しているため、定常性が強いデータであること考慮して最初の 10 サイクル (最初 10 個のピーク値) を用いた。減衰曲線の包絡線を用いる場合、最初 10 個のピーク値と最もよく一致する回帰曲線を求めることで減衰定数を評価し、ウェーブレット変換の場合は、10 個

のピークまでの RD 波形 (時刻歴波形) を対象にウェーブレット変換を行い、式(4)~(9)より減衰定数を求めた。また、式(10)による対数減衰法からは j を $j=1$ から $j=9$ まで変化させて計 45 個を平均することで減衰定数を評価した。

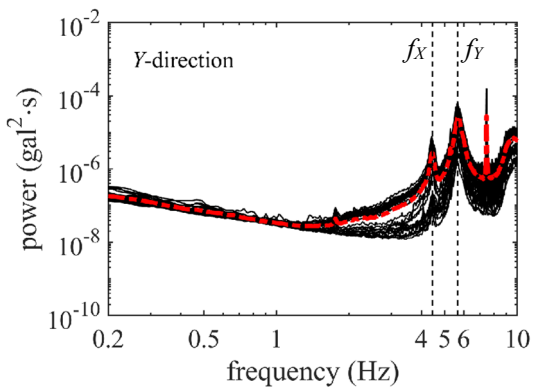
5. 解析結果及び考察

5-1. 固有周波数

図 4 に加速度のパワースペクトルを示す。10 分データ一つ一つのパワースペクトルを実線で、それらを平均したものを一点鎖線で示した。各方向の固有振動数に明確なピークが現われており、長辺方向 (X 方向) の固有振動数は $f_x=4.4\text{Hz}$ で、短辺方向 (Y 方向) の固有振動数は $f_y=5.7\text{Hz}$ であることが分かる。既往の研究と同様に固有振動数にはバラツキが殆どなく、すべてのパワースペクトルにおいて各方向の固有振動数に相当する周波数で明確なピークが現われた。



(a) 長辺方向 (X 方向)

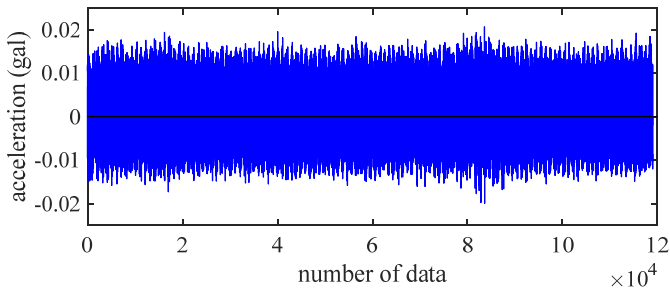


(b) 短辺方向 (Y 方向)

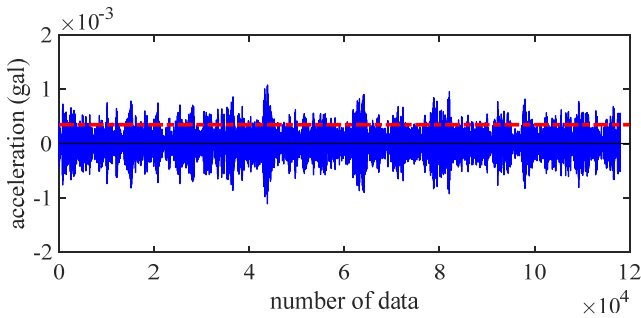
図 4. 各方向のパワースペクトル

5-2. 減衰定数

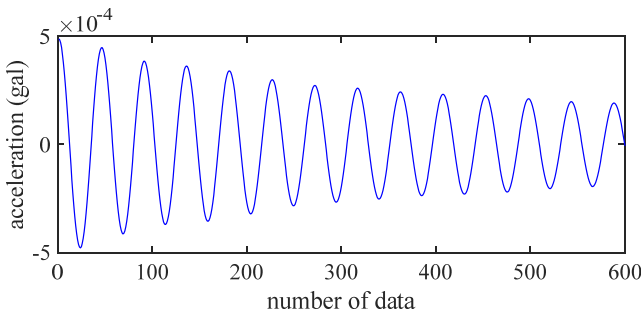
図 5 に長辺方向の RD 波形を求める手順の一例を示す。図 5(a) に 0.1Hz ~ 50Hz のバンドパスフィルターをかけた加速度波形を示しており、これにフーリエ変換を行い、パワースペクトルを求めた。それに固有振動数を挟む $0.7f_x \sim 1.15f_x$ の範囲でバンドパスフィルターをかけるると図 5(b) の



(a) 0.1Hz~50Hz のバンドパスフィルターをかけた加速度波形



(b) 固有振動数に対応する加速度波形と初期値 (1.414×標準偏差)



(c) RD 波形

図 5. RD 波形を求める手順 (長辺方向)

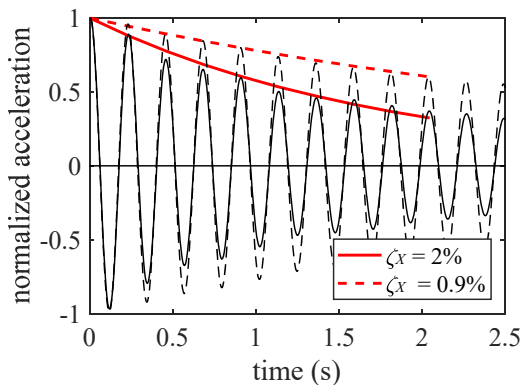
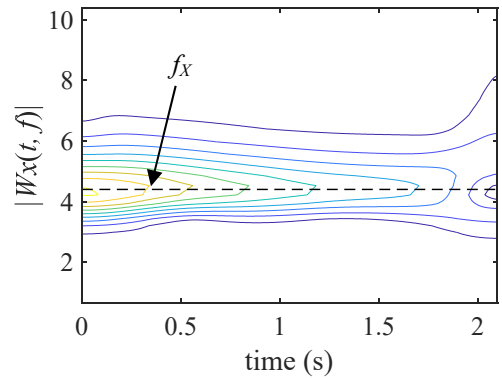


図 6. 減衰定数の異なる RD 波形と減衰曲線の包絡線 (長辺方向)

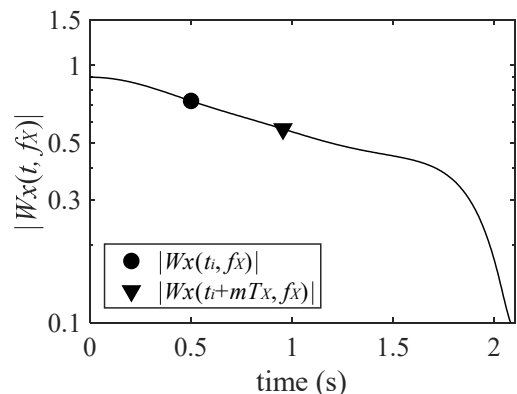
ように固有振動数に対応する加速度波形が得られる。図中に一点鎖線で示したのは標準偏差の約 1.4 倍であり、それを初期値としてサンプル曲線を抽出してアンサンプル平均を行うと図 5(c)のような RD 波形が求まる。すべての 10 分データに対して図 5 に示す手順より RD 波形を求めてから、3 つの手法で減衰定数を評価した。

図 6 に減衰定数の異なる 2 つの RD 波形と減衰曲線の包絡線を示した。それらは比較のため $t=0$ での値で無次元化されている。減衰定数が多いほど RD 波形が減少する割合は大きく、また、減衰曲線の包絡線と RD 波形のピーク値との対応は大変よく、殆どのケースで RD 波形のピーク値と同じ時刻の減衰曲線の包絡線で定義される値の相関係数は 95%以上である。

図 7 に図 6 の減衰定数が 2% の場合のウェーブレット変換係数の絶対値の等高線と固有振動数におけるウェーブレット変換係数の変化を示す。 m は直線部分の範囲内、即ち $t=0.3$ 秒から $t=1.3$ 秒の間、であればどの整数も可能であるが、ここでは $m=2$ とした。



(a) ウェーブレット変換係数の絶対値の等高線と固有振動数 (点線)



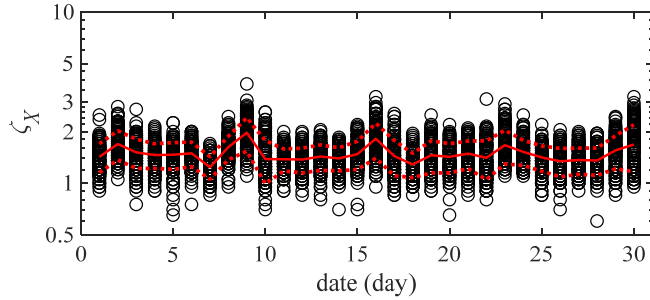
(b) ウェーブレット変換係数の変化 ($m=2$)

図 7. ウェーブレット変換による減衰定数 (長辺方向)

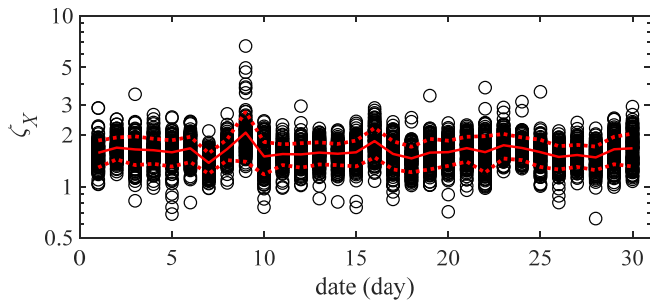
図 8 に長辺方向において一つの RD 波形を対象に異なる 3 つの方法で求めた減衰定数の変化を示す。図中の実線と点線は平均と平均±標準偏差である。観測日ごとに若干の変動はあるものの、減衰曲線の包絡線より求めた減衰定

数の平均と標準偏差は 1.48%と 0.29%，ウェーブレット変換による減衰定数の平均と標準偏差は 1.61%と 0.287%，対数減衰法より求めた減衰定数の平均と標準偏差は 1.48%と 0.239%であり，全体的な平均値として約 1.5%である。減衰曲線の包絡線と対数減衰法より求めた減衰定数の平均は同じであるが，減衰定数の標準偏差は対数減衰法によるものが最も小さい。

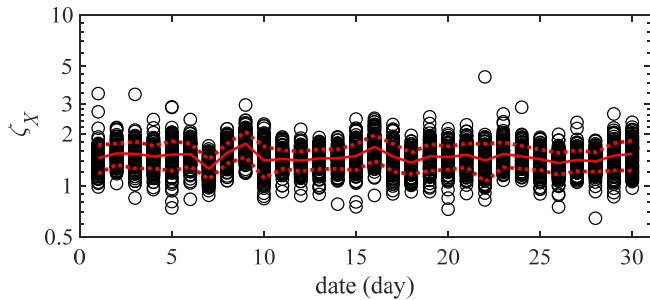
辺方向の変動係数は平均として約 15%であり，減衰曲線の包絡線より求めた減衰定数のバラツキが小さく，方向により異なる結果となっていることが分かる。



(a) 減衰曲線の包絡線より求めた減衰定数



(b) ウェーブレット変換より求めた減衰定数

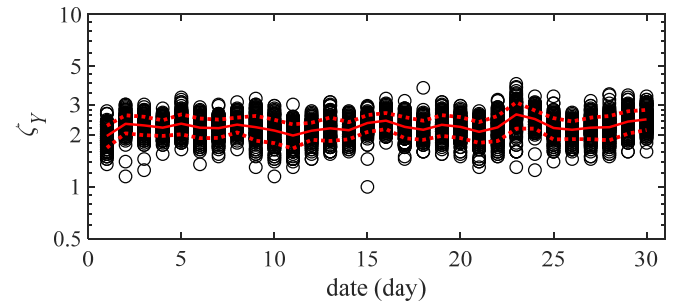


(c) 対数減衰法より求めた減衰定数

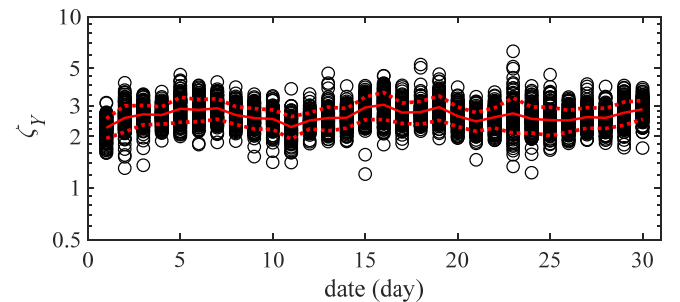
図 8. 長辺方向の減衰定数

図 9 に短辺方向の結果を示す。長辺方向と同様に観測日ごとの変動は小さい。減衰曲線の包絡線より求めた減衰定数の平均と標準偏差は 2.24%と 0.3%，ウェーブレット変換による減衰定数の平均と標準偏差は 2.66%と 0.39%，対数減衰法より求めた減衰定数の平均と標準偏差は 2.55%と 0.43%であり，平均として長辺方向より 1%大きい約 2.5%で，全体的に変動幅も大きい。短辺方向の場合，減衰曲線の包絡線より求めた減衰定数の平均と標準偏差は他方法より求めた減衰定数より小さい。

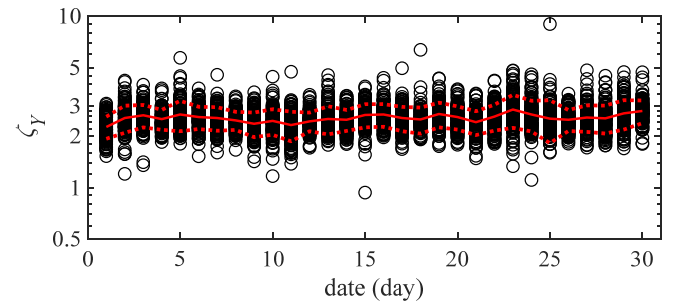
表 2 に以上の結果をまとめて示す。長辺方向の変動係数は短辺方向より大きく，平均的に約 18%で対数減衰法による減衰定数のバラツキが最も小さい。これに対して，短



(a) 減衰曲線の包絡線より求めた減衰定数



(b) ウェーブレット変換より求めた減衰定数



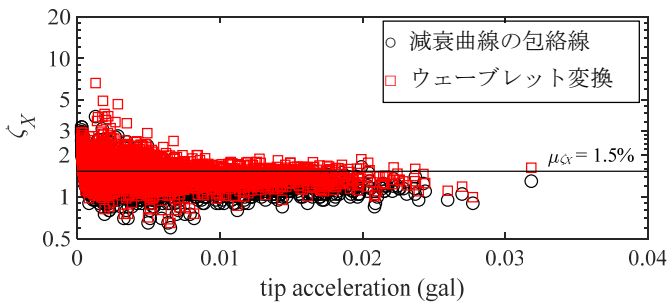
(c) 対数減衰法より求めた減衰定数

図 9. 短辺方向の減衰定数

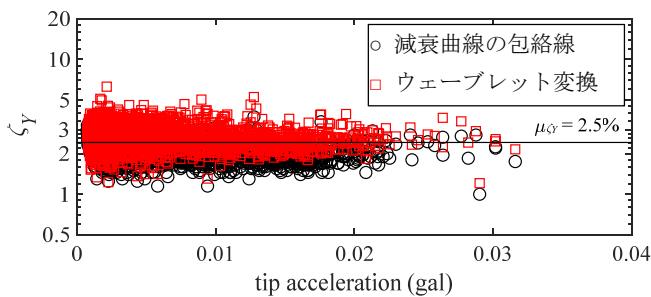
表 2. 減衰定数のまとめ

		平均	標準偏差	変動係数
長辺方向	減衰曲線の包絡線	1.48%	0.29%	19.6%
	ウェーブレット変換	1.61%	0.287%	17.8%
	対数減衰法	1.48%	0.239%	16.1%
短辺方向	減衰曲線の包絡線	2.24%	0.3%	13.4%
	ウェーブレット変換	2.66%	0.39%	14.7%
	対数減衰法	2.55%	0.43%	16.9%

減衰定数の振幅依存性はよく知られており、一般的に振幅が大きくなるにつれて減衰定数は大きくなる。しかし、振幅が更に大きくなると減衰定数は最大値を示してから減少することが指摘されており、Tamura⁹⁾は減衰定数が最大値になる変位を **critical tip drift ratio** と名づけ、**critical tip drift ratio** は観測結果より建物の高さに関係なく、 $x_c/H = 10^{-4} \sim 10^{-5}$ であることを報告した。ここで、 x_c は RD 波形の最大値に相当する頂部変位で、 H は建物の高さである。図 10 に RD 波形の最大値と減衰定数の関係を示す。前述のように短辺方向の減衰定数が多少大きく、各方向共に RD 波形の最大値が大きくなるにつれて減衰定数のバラツキは小さくなるが、減衰定数の増加または減少する振幅依存性は見当たらない。これは観測された加速度が常時微動観測によるもので、値が小さすぎるためであると考えられる。例えば 0.03gal を用いて **critical tip drift ratio** を計算すると以下ようになる。長辺方向を考える場合、0.03gal を変位に変換すると $x_c = 0.03 / (2\pi f_x)^2 \approx 4 \times 10^{-6} \text{m}$ となり、観測建物の高さが $H = 14.45 \text{m}$ であることを考慮すると、 $x_c/H \approx 3 \times 10^{-7}$ となり、**critical tip drift ratio** より遥かに小さな値となるので、減衰定数の振幅依存性は見られなかった。



(a) 長辺方向



(b) 短辺方向

図 10. RD 波形の最大値と減衰定数との関係

6. まとめ

4 階鉄筋コンクリート造の中層建物の屋上に設置された加速度計より長期間観測された常時微動データを用いて固有振動数と減衰定数の変化を検討し以下の結果を得た。

1) 建物の固有振動数は観測ごとの差は殆どなく、本研究で対象とした観測建物の長辺及び短辺方向の固有振動

数はそれぞれ $f_x = 4.4 \text{Hz}$ と $f_y = 5.7 \text{Hz}$ である。

- 2) RD 波形のピーク値と減衰曲線の包絡線との相関係数は 95% 以上であり、減衰曲線の包絡線より求めた減衰定数の平均はウェーブレット変換及び対数減衰法より求めた減衰定数より小さかった。しかし、長辺方向の標準偏差は他方法より大きかった。
- 3) ウェーブレット変換より求めた減衰定数の平均は他方法より求めた減衰定数より大きいことが分かった。
- 4) 長辺方向の減衰定数は 1.5%~1.6% で、短辺方向の減衰定数は 2.2%~2.7% であり、鉄筋コンクリート造建物の設計に用いられる一般的な値より小さく評価されたことが分かった。これは本研究で対象としたデータは常時微動データであり、元々観測されたデータの大きさが小さいからであると考えられる。

謝辞

本研究は、東京工芸大学平成 27 年度私立大学戦略的研究基盤形成支援事業「次世代型環境防災都市の構築に向けた基盤研究 ～神奈川県厚木市をモデルケースとして～」の研究プロジェクトから補助を受けています。

参考文献

- 1) 大川出, 飯場正紀, 小山信, 森田高市, 境茂樹, 藤井睦, 保井美敏, 渡壁守正, 2009, 常時微動等を利用した集合住宅の振動特性の評価, 独立行政法人 建築研究所 122.
- 2) 小祝碧, 2014, 常時微動測定による建物の振動特性同定, 法政大学大学院デザイン工学研究科紀要 3.
- 3) A. Kareem, W.-J. Sun, 1990, Damping response of structures with uncertain damping, *Engineering Structures* 12, pp. 2-8.
- 4) 田村幸雄, 佐々木淳, 塚越治夫, 1993, RD 法による構造物のランダム振動時の減衰評価, 日本建築学会構造系論文報告集 454, pp. 29-38.
- 5) H.A. Cole, 1968, On-the-line analysis of random vibrations, 9th Structural Dynamics and Materials Conference, pp.68-288.
- 6) Y. Quan, M. Gu, Y. Tamura, 2005, Experimental evaluation of aerodynamic damping of square super high-rise buildings, *Wind and Structures* 8(5), pp.309-324.
- 7) J. Rodrigues, R. Brincker, 2005, Application of the random decrement technique in operational modal analysis, *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference*, pp.191-200.
- 8) P.D. Nguyen, 2005, Damping identification in multi degree of freedom vibrational systems using the continuous wavelet transform, *Vietnam Journal of Mechanics* 27(1), pp.41-50.
- 9) Y. Tamura, 2012, Amplitude dependency of damping in buildings and critical tip drift ratio, *International Journal of High-Rise Buildings* 1(1), pp. 1-13.